ОБРАЗЕЦ ЗАДАНИЯ ОЛИМПИАДЫ ПО МАТЕМАТИКЕ
Очный тур

1. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} |x| + |y| \leqslant 1 \\ x^2 + y^2 \geqslant 3 - 2x \end{cases}$$

2. Найдите наименьшее значение k, при котором неравенство $\sqrt[n]{n} \leqslant k$ выполнялось бы для всех натуральных n.

3. Четырехугольник $BECD$ вписан в окружность, причем CD — диаметр. Прямые BE и CD пересекаются в точке A, а прямые BC и DE — в точке F. Известно, что $\angle BAC = 15^\circ$ и $S_{BCDE} = S_{BFE}$. Найдите $\angle CFD$.

4. Найдите все целые значения параметра a, при которых все корни уравнения

$$\frac{\operatorname{arctg}(x+a)}{4 + |\sin x|} = \frac{\pi}{15}$$

меньше 1.

5. Диаметром многоугольника назовем самый длинный отрезок, концы которого лежат на сторонах или в вершинах многоугольника (если таких отрезков несколько, то каждый из них будет диаметром). Отметим все точки пересечения диаметров, лежащие внутри многоугольника. Могут ли отмеченными оказаться ровно 2009 точек?