ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2010/2011 уч. год

Физика, I тур

1 вариант

9 класс

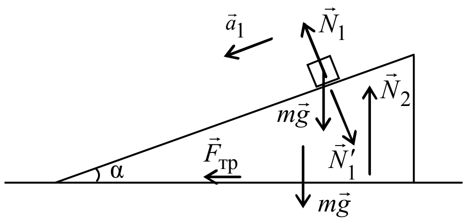
1. (30 баллов) Два тела падают без начальной скорости из одной точки с высоты 20 м последовательно с интервалом в 1 с. Найти максимальное расстояние между телами. Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2.

Решение:

Поскольку первое тело всё время удаляется от второго, расстояние между телами окажется максимальным в момент падения первого тела на землю. Время падения t с высоты 20 м равно $t = (2H/g)^{1/2} = 2$ с. Поэтому к моменту падения первого тела на землю второе будет находиться в полёте 1 с и пролетит путь $gt^2/2 = 5$ м. Отсюда следует, что максимальное расстояние между телами составит **15 м**.

2. (40 баллов) Кубик скользит по гладкой наклонной поверхности клина, лежащего на шероховатом горизонтальном столе. Угол при основании клина равен α, массы кубика и клина одинаковы. При каком коэффициенте трения между столом и клином последний будет оставаться в покое?

Решение:



Из 2-го закона Ньютона для кубика и клина (силы и ускорение см. на рисунке) находим, что

$$N_1 = mg\cos\alpha, \quad F_{тр} = N'_1\sin\alpha, \quad N_2 = mg + N'_1\cos\alpha,$$

где m – масса кубика и клина.

Поскольку по 3-му закону Ньютона $N'_1 = N_1$, имеем

$$F_{тр} = mg\sin\alpha\cos\alpha,\ N_2 = mg(1 + \cos^2\alpha).$$

Из условия $F_{тр} \le \mu N_2$ для коэффициента трения μ, при котором клин остаётся в покое, получаем

$\boldsymbol{\mu \ge \sin\alpha\cos\alpha/(1 + \cos^2\alpha)}$.

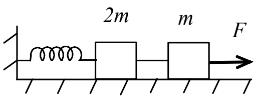
3. (30 баллов) Имеется источник питания напряжением 18 В и три вольтметра. При подключении к источнику последовательно соединенных 1-го и 2-го вольтметров они показали напряжения 6 и 12 В соответственно. При подключении к источнику всех трех последовательно соединенных вольтметров 3-ий показал 6 В. Каковы при этом показания 1-го и 2-го вольтметров?

Решение:

Известно, что вольтметр показывает напряжение на самом себе. По результатам первого подключения можно сделать вывод, что сопротивление 2-го вольтметра в два раза больше сопротивления 1-го (при последовательном соединении вольтметров через них идет одинаковый ток). При втором подключении напряжение на 1-ом и 2-ом вольтметрах вместе составляло, очевидно, (18 – 6) В = 12 В. Поскольку через вольтметры идет одинаковый ток, **1-ый вольтметр покажет 4 В**, а **2-ой вольтметр 8 В** (в сумме 12 В).

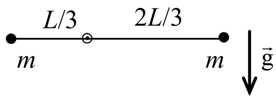
10 класс

1. (30 баллов) Два груза массами m и $2m$, лежащие на гладком горизонтальном столе, связаны невесомой нитью и прикреплены к стене пружиной (см. рисунок). Пружина растянута, поскольку к одному из грузов приложена горизонтальная сила F. Найти ускорения грузов (15 баллов) и силу натяжения нити (15 баллов) сразу после мгновенного уменьшения силы F в 2 раза.

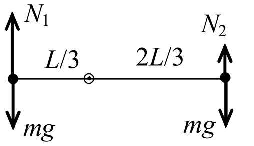


Решение:
После мгновенного уменьшения силы F в два раза грузы под действием силы упругости пружины $F_{упр}$ и силы $F/2$ приобретут ускорение $a = (F_{упр} - F/2)/(3m)$ (ускорения грузов одинаковы, т.к. они связаны нерастяжимой нитью). Поскольку $F_{упр} = F$, получаем окончательно $\boldsymbol{a = F/(6m)}$.
Применяя второй закон Ньютона к любому из грузов, находим силу натяжения нити $\boldsymbol{F_{нат} = 2F/3}$.

2. (40 баллов) К концам невесомого жесткого стержня длины L прикреплены небольшие шарики массы m. Стержень может свободно вращаться в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, которая делит стержень в отношении 1:2 (см. рисунок). Вначале стержень удерживают в горизонтальном положении, затем освобождают. Найти ускорения шариков сразу после освобождения (20 баллов). Чему равна работа стержня над ближним к оси шариком за время его подъема от начального положения до высшей точки (20 баллов)?



Решение:



Сразу после освобождения равны нулю скорости шариков и, следовательно, их нормальные ускорения. Для нахождения тангенциальных ускорений шариков расставим действующие на них силы (см. рисунок) и запишем 2-ой закон Ньютона для каждого из шариков:

$$ma_1 = N_1 - mg, \qquad ma_2 = mg - N_2.$$

Из невесомости стержня следует, что суммарный момент действующих на него со стороны шариков сил (равных по величине N_1 и N_2) должен равняться нулю (иначе стержень приобрел бы бесконечное угловое ускорение), т.е.

$$N_1 = 2N_2.$$

Поскольку шарики имеют одинаковое угловое ускорение, их тангенциальные ускорения отличаются вдвое:

$$a_2 = 2a_1.$$

Решая полученную систему уравнений, находим

$$\boldsymbol{a_1 = g/5, \quad a_2 = 2g/5}.$$

Работа стержня над ближним к оси шариком равна приращению механической энергии шарика, т.е.

$$A = mv^2/2 + mgL/3,$$

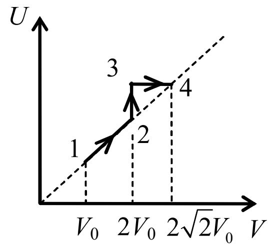
где v - скорость шарика в верхней точке. Скорость v находим, записывая закон сохранения механической энергии для всей системы

$$mv^2/2 + m(2v)^2/2 = 2mgL/3 - mgL/3$$

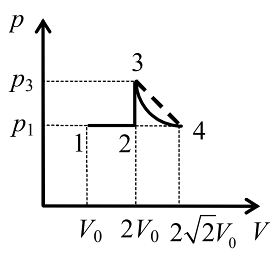
(здесь учтено, что скорость дальнего от оси шарика в 2 раза больше, чем ближнего). В итоге получаем

$$\boldsymbol{A = 2mgL/5}.$$

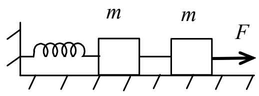
3. (30 баллов) Внутренняя энергия и объем идеального газа изменялись в соответствии с приведенным графиком. На каком из участков 1-2, 2-3 или 3-4 совершенная газом работа максимальна?



Решение:
Изобразим процесс на плоскости p,V (см. рисунок). Работа газа на участке 1-2 (изобара) равна $A_{12} = p_1V_0$, а на участке 2-3 (изохора) равна нулю. Работу на изотермическом участке 3-4 оценим сверху как площадь трапеции (площадь под отрезком жирной штриховой прямой): $A_{34} < (p_1 + p_3)(2^{1/2} - 1)V_0$. Из уравнения Клапейрона-Менделеева для состояний 3 и 4 находим, что $p_3 = 2^{1/2}\,p_1$. В итоге получаем $A_{34} < p_1V_0$. Таким образом, **работа газа максимальна на участке 1-2**.



Физика, 11 класс, I тур
1 вариант



1. (30 баллов) Два груза равной массы m, лежащие на гладком горизонтальном столе, связаны невесомой нитью и прикреплены к стене пружиной (см. рисунок). Пружина растянута, поскольку к одному из грузов приложена горизонтальная сила F. Найти ускорения грузов (10 баллов) и силу натяжения нити (10 баллов) сразу после устранения силы F. Считая, что начальное растяжение пружины было равно ΔL, найти промежуток времени, через который сила натяжения нити обратится в нуль (10 баллов).

Решение:

После устранения силы F грузы приобретут ускорение $a = F_{упр}/(2m)$ под действием силы упругости пружины $F_{упр}$ (ускорения грузов одинаковы, т.к. они связаны нерастяжимой нитью). Поскольку $F_{упр} = F$, получаем окончательно $\boldsymbol{a = F/(2m)}$.

Применяя второй закон Ньютона к любому из грузов, находим силу натяжения нити $\boldsymbol{F_{нат} = F/2}$.

После устранения силы F грузы совершат четверть периода колебаний на пружине $T/4$. Через это время пружина начнет сжиматься, а нить перестанет быть натянутой. Находя коэффициент жесткости пружины как $F/\Delta L$, получаем для искомого промежутка времени $\boldsymbol{\Delta t = (\pi/2)(2m\Delta L/F)^{1/2}}$.

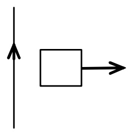
2. (40 баллов) Точечный заряд q внесли в однородное электрическое поле напряженности $\vec{E}_0$. Найти расстояние между двумя точками, в которых результирующее электрическое поле направлено вдоль $\vec{E}_0$ и равно по величине $E_0/2$ и $3E_0/2$ (20 баллов), и разность потенциалов между этими точками (20 баллов).

Решение:

Искомые точки находятся на силовой линии поля $\vec{E}_0$, на которой расположен заряд q. Очевидно, что в этих точках поле заряда q равно по величине $E_0/2$ и направлено в одной точке по $\vec{E}_0$, а в другой – против $\vec{E}_0$. Расстояние r от заряда q до каждой из этих точек находим из формулы $q/(4\pi\varepsilon_0 r^2) = E_0/2$, т.е. $r = [q/(2\pi\varepsilon_0 E_0)]^{1/2}$. Искомое расстояние между точками равно $\boldsymbol{2r = [2q/(\pi\varepsilon_0 E_0)]^{1/2}}$.

Поскольку вклад заряда q в потенциалы искомых точек одинаков, разность потенциалов между ними определяется только полем $\vec{E}_0$ и равна $\boldsymbol{E_0 2r = [2qE_0/(\pi\varepsilon_0)]^{1/2}}$.

В приведенных формулах заряд подразумевался положительным. В случае отрицательного заряда достаточно q заменить на $|q|$.



3. (30 баллов) При удалении проволочной рамки с постоянной скоростью от провода с током в бесконечность (см. рисунок) в рамке выделяется некоторое количество тепла. Во сколько раз изменится выделившееся тепло, если рамку уносить с вдвое большей скоростью? Считать, что ток в проводе поддерживается постоянным. Индуктивностью рамки пренебречь.

Решение:

Наводимая в рамке ЭДС индукции зависит как от расстояния до провода, так и от скорости рамки. При пронесении рамки с вдвое большей скоростью через одну и ту же точку ЭДС будет в 2 раза больше. Таким образом, в двух случаях движения рамки токи в ней будут отличаться в 2 раза, а выделяемые мощности – в 4 раза. Поскольку весь процесс вынесения рамки из области магнитного поля занимает вдвое меньшее время при вдвое большей скорости, количество выделившейся теплоты будет в этом случае **в 2 раза больше**.

2 вариант

9 класс

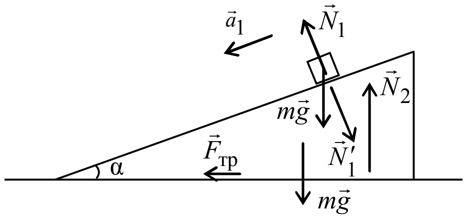
1. (30 баллов) Два тела падают без начальной скорости из одной точки с высоты 20 м последовательно с интервалом в 1 с. Найти максимальное расстояние между телами. Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2.

Решение:

Поскольку первое тело всё время удаляется от второго, расстояние между телами окажется максимальным в момент падения первого тела на землю. Время падения t с высоты 20 м равно $t = (2H/g)^{1/2} = 2$ с. Поэтому к моменту падения первого тела на землю второе будет находиться в полёте 1 с и пролетит путь $gt^2/2 = 5$ м. Отсюда следует, что максимальное расстояние между телами равно **15 м**.

2. (40 баллов) Кубик скользит по гладкой наклонной поверхности клина, лежащего на шероховатом горизонтальном столе. Угол при основании клина равен α, массы кубика и клина одинаковы. При каком коэффициенте трения между столом и клином последний будет оставаться в покое?

Решение:



Из 2-го закона Ньютона для кубика и клина (силы и ускорение см. на рисунке) находим, что

$$N_1 = mg\cos\alpha, \quad F_{тр} = N'_1\sin\alpha, \quad N_2 = mg + N'_1\cos\alpha,$$

где m – масса кубика и клина.

Поскольку по 3-му закону Ньютона $N'_1 = N_1$, имеем

$$F_{тр} = mg\sin\alpha\cos\alpha, \; N_2 = mg(1 + \cos^2\alpha).$$

Из условия $F_{тр} \le \mu N_2$ для коэффициента трения μ, при котором клин остается в покое, получаем

$\boldsymbol{\mu \ge \sin\alpha\cos\alpha/(1 + \cos^2\alpha)}$.

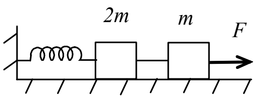
3. (30 баллов) Имеется источник питания напряжением 18 В и три вольтметра. При подключении к источнику последовательно соединенных 1-го и 2-го вольтметров они показали напряжения 6 и 12 В соответственно. При подключении последовательно соединенных 2-го и 3-го вольтметров каждый показал 9 В. Какими будут показания вольтметров, если все три соединить последовательно и подключить к источнику?

Решение:

Известно, что любой вольтметр показывает напряжение на самом себе. По результатам первого подключения можно сделать вывод, что сопротивление 2-го вольтметра в 2 раза больше, чем сопротивление 1-го, а по результатам второго измерения, что сопротивления 2-го и 3-го одинаковы. При подключении к источнику всех трёх последовательно соединённых **вольтметров 1-ый покажет 3,6 В, а 2-ой и 3-ий покажут по 7,2 В**.

10 класс

1. (30 баллов) Два груза массами m и $2m$, лежащие на гладком горизонтальном столе, связаны невесомой нитью и прикреплены к стене пружиной (см. рисунок). Пружина растянута, поскольку к одному из грузов приложена горизонтальная сила F. Найти ускорения грузов (15 баллов) и силу натяжения нити (15 баллов) сразу после мгновенного уменьшения силы F в 2 раза.

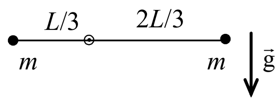


Решение:

После мгновенного уменьшения силы F в два раза грузы под действием силы упругости пружины $F_{упр}$ и силы $F/2$ приобретут ускорение $a = (F_{упр} – F/2)/(3m)$ (ускорения грузов одинаковы, т.к. они связаны нерастяжимой нитью). Поскольку $F_{упр} = F$, получаем окончательно $\boldsymbol{a = F/(6m)}$.

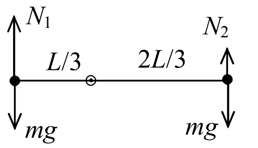
Применяя второй закон Ньютона к любому из грузов, находим силу натяжения нити $\boldsymbol{F_{нат} = 2F/3}$.

2. (40 баллов) К концам невесомого жесткого стержня длины L прикреплены небольшие шарики массы m. Стержень может свободно вращаться в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, которая делит стержень в отношении 1:2 (см. рисунок). Вначале стержень удерживают в горизонтальном положении, затем освобождают. Найти ускорения шариков сразу после освобождения (20 баллов). Чему равна работа стержня над ближним к оси шариком за время его подъема от начального положения до высшей точки (20 баллов)?



Решение:

Сразу после освобождения равны нулю скорости шариков и, следовательно, их нормальные ускорения. Для нахождения тангенциальных ускорений шариков расставим действующие на них силы (см. рисунок) и запишем 2-ой закон Ньютона для каждого из шариков:



$$ma_1 = N_1 – mg, \quad ma_2 = mg – N_2.$$

Из невесомости стержня следует, что суммарный момент действующих на него со стороны шариков сил (равных по величине N_1 и N_2) должен равняться нулю (иначе стержень приобрел бы бесконечное угловое ускорение), т.е.

$$N_1 = 2N_2.$$

Поскольку скорость дальнего от оси шарика вдвое больше скорости ближнего, их тангенциальные ускорения также отличаются вдвое:

$$a_2 = 2a_1.$$

Решая полученную систему уравнений, находим

$$\boldsymbol{a_1 = g/5, \quad a_2 = 2g/5}.$$

Работа стержня над ближним к оси шариком равна приращению механической энергии шарика, т.е.

$$A = mv^2/2 + mgL/3,$$

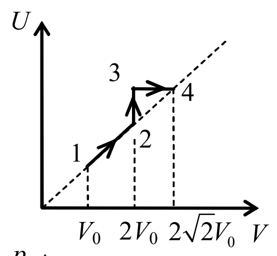
где v - скорость шарика в верхней точке. Скорость v находим, записывая закон сохранения механической энергии для всей системы

$$mv^2/2 + m(2v)^2/2 = 2mgL/3 - mgL/3$$

(здесь учтено, что скорость дальнего от оси шарика в 2 раза больше, чем ближнего). В итоге получаем

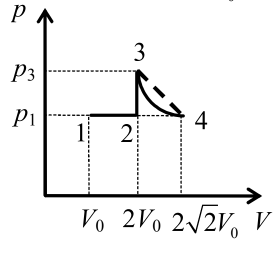
$$\boldsymbol{A = 2mgL/5}.$$

3. (30 баллов) Внутренняя энергия и объем идеального газа изменялись в соответствии с приведенным графиком. На каком из участков 1-2, 2-3 или 3-4 совершенная газом работа максимальна?



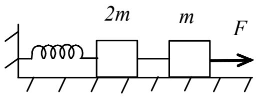
Решение:

Изобразим процесс на плоскости p,V (см. рисунок). Работа газа на участке 1-2 (изобара) равна $A_{12} = p_1V_0$, а на участке 2-3 (изохора) равна нулю. Работу на изотермическом участке 3-4 оценим сверху как площадь трапеции (площадь под отрезком жирной штриховой прямой): $A_{34} < (p_1 + p_3)(2^{1/2} - 1)V_0$. Из уравнения Клапейрона-Менделеева для состояний 3 и 4 находим, что $p_3 = 2^{1/2}\, p_1$. В итоге получаем $A_{34} < p_1V_0$. Таким образом, **работа газа максимальна на участке 1-2**.



11 класс

1. (40 баллов) Два груза массами m и $2m$, лежащие на гладком горизонтальном столе, связаны невесомой нитью и прикреплены к стене пружиной (см. рисунок). Пружина растянута, поскольку к одному из грузов приложена горизонтальная сила F. Найти ускорения грузов (10 баллов) и силу натяжения нити (10 баллов) сразу после мгновенного уменьшения силы F в 2 раза. Найти силу натяжения нити в момент, когда деформация пружины обратится в нуль (20 баллов).



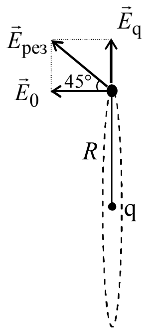
Решение:

После мгновенного уменьшения силы F в два раза грузы под действием силы упругости пружины $F_{упр}$ и силы $F/2$ приобретут ускорение $a = (F_{упр} – F/2)/(3m)$ (ускорения грузов одинаковы, т.к. они связаны нерастяжимой нитью). Поскольку $F_{упр} = F$, получаем окончательно $\boldsymbol{a = F/(6m)}$. Применяя второй закон Ньютона к любому из грузов, находим силу натяжения нити $\boldsymbol{F_{нат} = 2F/3}$.

В результате колебательного движения, в которое приходят грузы после мгновенного уменьшения силы F, сила $F_{упр}$ (и деформация) обращается в нуль в крайнем левом положении. Ускорение грузов при этом направлено вправо и равно $a = (F/2)/(3m) = F/(6m)$. Применяя 2-ой закон Ньютона к любому из грузов, находим силу натяжения нити в этот момент $\boldsymbol{F_{нат} = F/3}$.

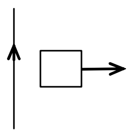
2. (30 баллов) Точечный заряд q внесли в однородное электрическое поле напряженности $\vec{E}_0$. Найти радиус окружности, в точках которой результирующее электрическое поле направлено под углом 45° к $\vec{E}_0$ и равно по величине $\sqrt{2}E_0$.

Решение:



По принципу суперпозиции результирующее поле равно векторной сумме поля $\vec{E}_0$ и поля точечного заряда $\vec{E}_q$. На рисунке изображены векторы полей $\vec{E}_0$ и $\vec{E}_q$ в точке искомой окружности (для q>0). Поскольку $E_{рез} = \sqrt{2}\,E_0$ и угол между результирующим полем и $\vec{E}_0$ равен 45°, то $E_q = E_0$ и $\vec{E}_q \perp \vec{E}_0$. Отсюда заключаем, что точечный заряд располагается в центре искомой окружности, а ее радиус R находим из условия $kq/R^2 = E_0$, где $k = 1/(4\pi\varepsilon_0)$. Окончательно получаем $\boldsymbol{R = (2kq/E_0)^{1/2}}$.

3. (30 баллов) При удалении проволочной рамки с постоянной скоростью от провода с током в бесконечность (см. рисунок) в рамке выделяется некоторое количество тепла. Во сколько раз изменится выделившееся тепло, если рамку уносить с вдвое большей скоростью? Считать, что ток в проводе поддерживается постоянным. Индуктивностью рамки пренебречь.



Решение:

Наводимая в рамке ЭДС индукции зависит как от расстояния до провода, так и от скорости рамки. При пронесении рамки с вдвое большей скоростью через одну и ту же точку ЭДС будет в 2 раза больше. Таким образом, в двух случаях движения рамки токи в ней будут отличаться в 2 раза, а выделяемые мощности – в 4 раза. Поскольку весь процесс вынесения рамки из области магнитного поля занимает вдвое меньшее время при вдвое большей скорости, количество выделившейся теплоты будет в этом случае **в 2 раза больше**.

3 вариант

9 класс

1. (30 баллов) Из одной точки, находящейся на высоте H над землей, падают с задержкой во времени два камня. Когда первый камень пролетел расстояние $H/2$, начинает падение второй. Какого максимального значения достигает расстояние между камнями в процессе их полета?

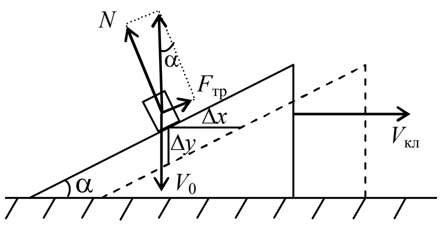
Решение:

Расстояние между камнями достигает максимального значения в момент падения первого камня на землю. Действительно, до этого момента расстояние между камнями увеличивается, поскольку скорость первого камня все время больше скорости второго.

Запаздывание второго камня τ равно времени прохождения первым камнем расстояния $H/2$, т.е. $\tau = (H/g)^{1/2}$. Полное время падения любого из камней равно $t = (2H/g)^{1/2}$. Максимальное расстояние между камнями находим из формулы $\boldsymbol{L_{max}} = H - g(t-\tau)^2/2 = \mathbf{(2\sqrt{2}-1)}\boldsymbol{H}\mathbf{/2}$.

2. (40 баллов) На гладком горизонтальном столе находится клин с углом α при основании. По шероховатой наклонной поверхности клина соскальзывает брусок, причем его скорость относительно стола ориентирована вертикально и равна V_0. Найти скорость клина (20 баллов) и коэффициент трения между бруском и клином (20 баллов).

Решение:



Из геометрии задачи следует, что смещение бруска на Δy вниз сопровождается смещением клина вправо на $\Delta x = \Delta y \mathrm{ctg}\alpha$ (см. рис.). Поскольку брусок движется вертикально вниз со скоростью V_0, клин смещается вправо со скоростью $\boldsymbol{V_{кл} = V_0}\mathbf{ctg}\boldsymbol{\alpha}$.

Из отсутствия у бруска ускорения следует, что сумма действующих на брусок сил равна нулю, т.е. $N = mg\sin\alpha$ и $F_{тр} = mg\cos\alpha$. Поскольку при скольжении $F_{тр} = \mu N$, находим коэффициент трения $\boldsymbol{\mu = \mathrm{tg}\alpha}$.

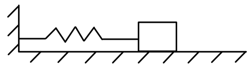
3. (30 баллов) Имеется источник питания напряжением 18 В и три вольтметра. При подключении к источнику последовательно соединенных 1-го и 2-го вольтметров они показали напряжения 6 и 12 В соответственно. При подключении к источнику всех трех последовательно соединенных вольтметров 3-ий показал 7,2 В. Каковы будут показания каждого из вольтметров, если 2-ой и 3-ий соединить параллельно, последовательно с ними включить 1-ый и получившуюся из вольтметров цепь подключить к источнику?

Решение:

Известно, что вольтметр показывает напряжение на самом себе. По результатам первого подключения можно сделать вывод, что сопротивление 2-го вольтметра в два раза больше сопротивления 1-го (при последовательном соединении вольтметров через них идет одинаковый ток). При втором подключении напряжение на 1-ом и 2-ом вольтметрах вместе составляло, очевидно, (18 –7,2) В = 10,8 В. Это напряжение должно делиться между вольтметрами в той же пропорции 1:2 (через вольтметры снова течет один и тот же ток), значит 1-й вольтметр показал 3,6 В, а 2-ой 7,2 В (в сумме 10,8 В). Поскольку при втором подключении показания 2-го и 3-го вольтметров оказываются одинаковыми, то их сопротивления равны. При третьем подключении вольтметров (2-ой и 3-ий параллельно, 1-ый последовательно с ними) **все вольтметры покажут по 9В**, поскольку ток, проходящий через 1-ый вольтметр, поделится поровну между 2-ым и 3-им.

10 класс

1. (30 баллов) На шероховатом столе лежит брусок массы m, прикрепленный к стене деформированной пружиной (см. рисунок). Найти коэффициент трения между бруском и столом, если сдвинуть брусок от стены можно наименьшей горизонтальной силой F, а к стене - силой $F/2$.



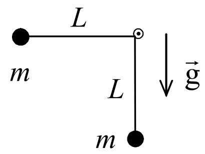
Решение:

В начальном положении пружина, очевидно, растянута, поскольку для смещения бруска от стены требуется большая сила, чем для смещения к стене. Запишем 2-ой закон Ньютона в проекции на направленную от стены ось для двух приведенных в условии случаев:

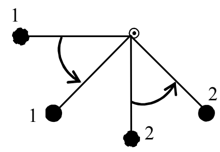
$$0 = F - F_{упр} - \mu mg, \quad 0 = \mu mg - F/2 - F_{упр}.$$

Здесь учтено, что на грани скольжения бруска действующая на него сила трения достигает максимального значения μmg, а ускорение бруска еще равно нулю. Исключая силу упругости пружины $F_{упр}$, находим $\boldsymbol{\mu = 3F/(4mg)}$.

2. (50 баллов) Два шарика одинаковой массы m закреплены на концах легкого стержня длины $2L$, согнутого в середине под прямым углом (см. рисунок). Через вершину угла перпендикулярно плоскости чертежа проходит горизонтальная ось вращения. Стержень удерживают в положении, указанном на рисунке, а затем отпускают. Найти максимальную скорость шариков (20 баллов) и работу, совершенную стержнем над нижним шариком к моменту достижения им максимальной скорости (30 баллов).



Решение:



Скорость шариков максимальна при прохождении системой положения равновесия, в котором оба шарика оказываются на одном уровне. В этот момент центр масс шариков, находящийся на середине соединяющей шарики линии, занимает низшее положение. Записывая закон сохранения механической энергии в виде (потенциальная энергия шариков отсчитывается от начального положения нижнего шарика)

$$2mV^2_{max}/2 + 2mgL(1 - 1/\sqrt{2}) = mgL,$$

находим максимальную скорость шариков

$$\boldsymbol{V_{max} = [gL(\sqrt{2} - 1)]^{1/2}}.$$

Работа стержня над нижним шариком равна приращению механической энергии этого шарика, т.е.

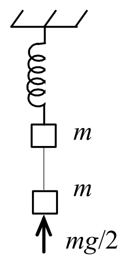
$$A = mV^2_{max}/2 + mgL(1 - 1/\sqrt{2}) = \boldsymbol{mgL/2}.$$

3. (20 баллов) Один моль одноатомного газа при расширении совершил работу, равную увеличению своей внутренней энергии. Считая, что в данном процессе теплоемкость газа оставалась постоянной, найти ее значение.

Решение:

Согласно первому началу термодинамики подведенное к газу тепло Q, внутренняя энергия газа ΔU и работа газа A связаны соотношением $Q = \Delta U + A$. Для одного моля одноатомного газа $\Delta U = 3R\Delta T/2$. Учитывая, что по условию работа газа равна увеличению его внутренней энергии, получаем $Q = 3R\Delta T$. При постоянной теплоёмкости C подведённое тепло можно записать также как $Q = C\Delta T$. Сравнивая две формулы, находим $\boldsymbol{C = 3R}$.

11 класс



1. (40 баллов) Два груза равной массы m связаны невесомой нитью и подвешены с помощью пружины к потолку (см. рисунок). Нижний груз поддерживается направленной вверх силой, равной $mg/2$ (g – ускорение свободного падения). Найти силу, с которой пружина действует на верхний груз (10 баллов). Найти ускорения грузов (15 баллов) и силу натяжения нити (15 баллов) сразу после устранения поддерживающей силы $mg/2$.

Решение:

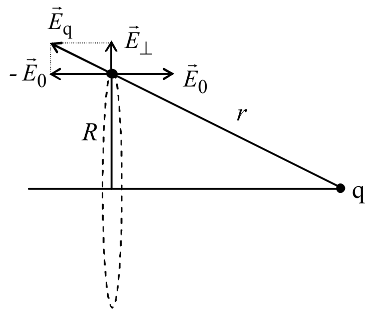
Из 2-го закона Ньютона для находящихся в равновесии двух связанных грузов находим силу упругости пружины $\boldsymbol{F_{упр} = 3mg/2}$.

Сразу после устранения поддерживающей силы длина пружины (а, следовательно, и $F_{упр}$) не успевает измениться. Связанные нитью грузы будут находиться под действием направленной вниз силы тяжести $2mg$ и направленной вверх силы упругости $F_{упр} = 3mg/2$. Поэтому ускорение каждого из грузов будет равно $a = (2mg - 3mg/2)/(2m)$ $\boldsymbol{= g/4}$ **и направлено вниз**.

Силу натяжения нити $F_н$ можно найти, записав 2-ой закон Ньютона для любого из грузов. Например, для нижнего груза $ma = mg - F_н$, откуда $\boldsymbol{F_н = 3mg/4}$.

2. (30 баллов) Точечный заряд q внесли в однородное электрическое поле напряженности $\vec{E}_0$. Найти радиус окружности, на которой результирующее электрическое поле равно $E_0/2$ и ориентировано перпендикулярно однородному полю $\vec{E}_0$.

Решение:



По принципу суперпозиции результирующее поле равно векторной сумме поля $\vec{E}_0$ и поля точечного заряда $\vec{E}_q$. Решение задачи проведём для $q > 0$. На рисунке изображены векторы полей $\vec{E}_0$ и $\vec{E}_q$ в точке искомой окружности. Учитывая, что $E_\perp = E_0/2$, находим $E_q = [(-\vec{E}_0)^2 + \vec{E}_\perp^2]^{1/2} = \sqrt{5}\,E_0/2$. Используя формулу для поля точечного заряда kq/r^2, где $k = 1/(4\pi\varepsilon_0)$, а r – расстояние от точечного заряда до точки окружности, получаем $r = [2kq/(\sqrt{5}\,E_0)]^{1/2}$. Из подобия треугольников расстояний и полей имеем $R/r = E_\perp/E_q = 1/\sqrt{5}$, откуда находим радиус искомой окружности $\boldsymbol{R = [2kq/(5\sqrt{5}\,E_0)]^{1/2}}$.

3. (30 баллов) Магнитный поток, пронизывающий проволочную рамку, изменяется во времени от Φ_0 до $2\Phi_0$ по закону $\Phi(t) = \Phi_0(1 + t/\tau)$. Во сколько раз изменится выделившееся в рамке тепло, если параметр τ увеличить в 2 раза? Индуктивностью рамки пренебречь.

Решение:

Если $\boldsymbol{\tau}$ увеличить в 2 раза, то удвоение магнитного потока произойдёт за вдвое больший промежуток времени. При этом ЭДС индукции и индукционный ток уменьшатся в 2 раза, мощность уменьшится в 4 раза, а **выделившееся тепло** тоже **уменьшится**, но не в 4, а **в 2 раза**, поскольку вдвое возрастает время, в течение которого выделяется тепло.