

**Задания отборочного (заочного) тура
олимпиады «Будущие исследователи – будущее науки»
по математике**

9 -11 классы

2014-2015 уч.г.

Выполненное задание **в формате PDF** отправляется **вместе с заявкой и тезисами исследовательской работы** по электронной почте **kh.read@expd.vniief.ru** до **1 декабря 2014г.**

1. Решить уравнение

$$x^2 + [x] = 4,$$

где $[x]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x .

2. По кругу выписаны p плюсов и q минусов, a – число рядом стоящих плюсов и b – число рядом стоящих минусов. Доказать, что $|p-q| = |a-b|$.

3. Пусть $ABCD$ - выпуклый четырехугольник, $AD = BC = 10$ см и $\angle DAB + \angle CBD = 120^\circ$. Найти площадь треугольника PQR , вершинами которого являются середины диагоналей четырехугольника и середина его стороны DC .

4. Найти сумму всех таких натуральных чисел n , для которых числа 5600 и 3024 делятся без остатка на n и $n+5$ соответственно.

5. Найти число квадратных уравнений $x^2 - px - q = 0$ (p, q – натуральные числа), имеющих положительный корень, который не превышает 5 .

6. Выпуклый четырехугольник разбит диагоналями на четыре треугольника. Известно, что площади этих треугольников выражаются целыми числами.

а) Может ли произведение этих четырех чисел равняться 2015 ?

б) Может ли произведение этих четырех чисел оканчиваться цифрами $\dots 2015$?

7. Найти все целые пары чисел $(n:m)$ такие, что $n^2 + 615 = 2^m$.