ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2025-2026

Физика, I тур, вариант 2

ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ И РАЗБАЛЛОВКИ

11 класс

1. (30 баллов) Брошенное с земли под углом α к горизонту тело через время t оказалось на расстоянии gt^2 от точки броска (g – ускорение свободного падения). С какой скоростью было брошено тело? При каком условии на угол α такая скорость существует?

Ответ. Начальная скорость равна $V_0 = \frac{gt}{2}\left(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha + 3}\right)$. Угол броска должен удовлетворять условию $\sin\alpha \geq 1/\sqrt{5}$.

Решение. Обозначив начальную скорость тела через V_0, запишем горизонтальную (x) и вертикальную (y) координаты тела в момент времени t как

$$x = V_0 \cos\alpha\, t, \quad y = V_0 \sin\alpha\, t - gt^2/2.$$

Запишем квадрат расстояния тела от точки броска как

$$x^2 + y^2 = V_0^2 t^2 - V_0 \sin\alpha\, gt^3 + g^2 t^4/4.$$

Приравнивая данное выражение к $(gt^2)^2$, приходим к квадратному уравнению для V_0 вида

$$4V_0^2 - 4\, gt\sin\alpha\, V_0 - 3g^2t^2 = 0.$$

Записываем корни уравнения

$$V_0 = \frac{gt\sin\alpha}{2} \pm \frac{gt}{2}\sqrt{\sin^2\alpha + 3}$$

и отбрасываем корень со знаком минус, поскольку он приводит к отрицательному значению начальной скорости. Окончательно получаем

$$V_0 = \frac{gt}{2}\left(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha + 3}\right).$$

Далее учтем, что расстояние gt^2 должно достигаться при $y \geq 0$, т.е. при

$$V_0 \sin\alpha \geq gt/2.$$

Подставляя в данное неравенство найденное выражение для начальной скорости, приходим к условию

$$\left(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha + 3}\right)\sin\alpha \geq 1,$$

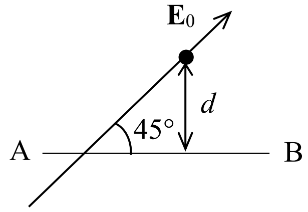
откуда получаем

$$\sin\alpha \geq \frac{1}{\sqrt{5}}$$

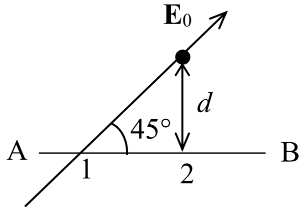
или примерно $\alpha \geq 26{,}57°$.

Разбалловка. Записаны формулы для координат тела – 5 баллов.
Записана формула для расстояния – 5 баллов.
Составлено уравнение для нахождения V_0 – 5 баллов.
Найдена V_0 – 5 баллов.
Найдено условие на угол α – 10 баллов.

2. (30 баллов) Точечный заряд находится в однородном электрическом поле напряженностью $\mathbf{E}_0$ на расстоянии d от прямой AB, составляющей угол 45° с направлением электрического поля (см. рис.). Напряженность полного электрического поля равна $-\mathbf{E}_0$ в точке пересечения прямой AB с силовой линией однородного поля, проходящей через заряд. Найти разность потенциалов между этой точкой и ближайшей к заряду точкой прямой AB.



Ответ. Разность потенциалов равна $\frac{5-4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}dE_0$.



Решение. Обозначив величину точечного заряда через q, запишем условие равенства $-\mathbf{E}_0$ напряженности полного поля в точке пересечения прямой AB с силовой линией однородного поля (точка 1 на рис.) в виде

$$\frac{kq}{\left(d\sqrt{2}\right)^2} = 2E_0,$$

где $k = 1/(4\pi\varepsilon_0)$, ε_0 – электрическая постоянная и учтено, что расстояние от точечного заряда до точки 1 равно $d\sqrt{2}$. Отсюда выражаем $kq = 4d^2E_0$.

Согласно принципу суперпозиции разность потенциалов между точками 1 и 2 (см. рис.) можно находить как сумму вкладов от точечного заряда и от поля $\mathbf{E}_0$. Вклад в разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ от точечного заряда записываем, используя формулу для потенциала точечного заряда $\varphi = kq/r$ (r – расстояние от заряда) и найденное выше выражение для kq, как

$$\frac{kq}{d\sqrt{2}} - \frac{kq}{d} = 2\left(\sqrt{2}-2\right)dE_0.$$

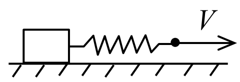
Чтобы найти вклад в разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ от однородного поля, нужно умножить расстояние между точками 1 и 2 (равное d) на проекцию поля $\mathbf{E}_0$ на прямую AB (равную $E_0/\sqrt{2}$). При этом получаем $dE_0/\sqrt{2}$.

Суммируя оба найденных вклада, окончательно находим

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\left(\sqrt{2}-2\right)dE_0 + dE_0/\sqrt{2} = \frac{5-4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}dE_0.$$

Разбалловка. Величина заряда выражена через E_0 – 5 баллов.
Найден вклад в разность потенциалов от точечного заряда – 10 баллов.
Найден вклад от однородного поля – 10 баллов.
Получен ответ – 5 баллов.

3. (40 баллов) Находящийся на гладком горизонтальном столе груз прикреплен к концу пружины, другой конец которой перемещают с постоянной скоростью V вдоль стола (см. рис.). Груз совершает колебания, и в течение одной шестой периода колебаний его скорость относительно стола направлена противоположно скорости равномерного движения конца пружины. Найти максимальное значение скорости груза относительно стола.



Ответ. Максимальное значение скорости груза равно $\left(1 + 2/\sqrt{3}\right)V$.

Решение. Выберем ось x, которая связана со столом и направлена в сторону равномерного движения конца пружины. Запишем зависимость от времени t координаты груза в виде

$$x = Vt + A\cos\omega t,$$

где через ω обозначена угловая частота колебаний, а через A – амплитуда колебаний. Тогда проекцию скорости груза на ось x следует записать в виде

$$v_x = V - \omega A\sin\omega t.$$

Полученное выражение должно оставаться отрицательным в течение одной шестой периода изменения синуса, равного $T = 2\pi/\omega$. За время $\Delta t = T/6$ аргумент синуса (фаза колебаний) меняется на величину

$$\omega\Delta t = \omega\frac{T}{6} = \frac{\pi}{3},$$

причем этот интервал изменения аргумента (фазы) должен располагаться симметрично относительно значения $\omega t = \pi/2$, при котором синус имеет максимум. Отсюда находим, что аргумент ωt меняется от $\omega t = \pi/3$ до $\omega t = 2\pi/3$. Поскольку при этих значениях $\sin\omega t = \sqrt{3}/2$, то из условия

$$v_x = V - \omega A\sin\omega t = 0$$

получаем амплитуду колебаний скорости груза $\omega A = 2V/\sqrt{3}$. Максимальное значение скорости груза относительно стола достигается при значениях синуса, равных -1, и составляет $\left(1 + 2/\sqrt{3}\right)V$.

Разбалловка. Записана зависимость от времени скорости груза – 10 баллов.
Найдено, что $\omega\Delta t = \pi/3$ – 5 баллов.
Найдены значения $\omega t = \pi/3$ и $2\pi/3$ (или эквивалентные) – 10 баллов.
Найдена амплитуда колебаний скорости груза – 10 баллов.
Найдена максимальная скорость – 5 баллов.

10 класс

1. (30 баллов) Брошенное с земли под углом α к горизонту тело через время t оказалось на расстоянии gt^2 от точки броска (g – ускорение свободного падения). С какой скоростью было брошено тело? При каком условии на угол α такая ситуация возможна?

Ответ. Начальная скорость равна $V_0 = \frac{gt}{2}\left(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha + 3}\right)$. Угол броска должен удовлетворять условию $\sin\alpha \geq 1/\sqrt{5}$.

Решение. Обозначив начальную скорость тела через V_0, запишем горизонтальную (x) и вертикальную (y) координаты тела в момент времени t как

$$x = V_0 \cos\alpha\, t, \quad y = V_0 \sin\alpha\, t - gt^2/2.$$

Запишем квадрат расстояния тела от точки броска как

$$x^2 + y^2 = V_0^2 t^2 - V_0 \sin\alpha\, g t^3 + g^2 t^4/4.$$

Приравнивая данное выражение к $(gt^2)^2$, приходим к квадратному уравнению для V_0 вида

$$4V_0^2 - 4\, gt\sin\alpha\, V_0 - 3g^2t^2 = 0.$$

Записываем корни уравнения

$$V_0 = \frac{gt\sin\alpha}{2} \pm \frac{gt}{2}\sqrt{\sin^2\alpha + 3}$$

и отбрасываем корень со знаком минус, поскольку он приводит к отрицательному значению начальной скорости. Окончательно получаем

$$V_0 = \frac{gt}{2}\left(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha + 3}\right).$$

Далее учтем, что расстояние gt^2 должно достигаться при $y \geq 0$, т.е. при

$$V_0 \sin\alpha \geq gt/2.$$

Подставляя в данное неравенство найденное выражение для начальной скорости, приходим к условию

$$\left(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha + 3}\right)\sin\alpha \geq 1,$$

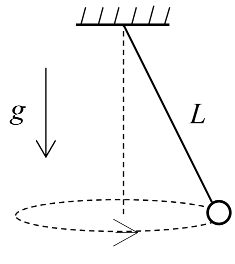
откуда получаем

$$\sin\alpha \geq \frac{1}{\sqrt{5}}$$

или примерно $\alpha \geq 26{,}57°$.

Разбалловка. Записаны формулы для координат тела – 5 баллов.
Записана формула для расстояния – 5 баллов.
Составлено уравнение для нахождения V_0 – 5 баллов.
Найдена V_0 – 5 баллов.
Найдено условие на угол α – 10 баллов.

2. (30 баллов) Прикрепленный нитью длины L к потолку шарик совершает вращательное движение в горизонтальной плоскости (см. рис.). Ускорение шарика равно по величине ускорению свободного падения g. Найти скорость шарика.



Ответ. Скорость шарика равна $\sqrt{gL/\sqrt{2}}$.

Решение. Равномерно двигаясь по окружности, шарик имеет только центростремительное ускорение. Обозначив искомую скорость шарика через V и угол между нитью и вертикалью через α, запишем радиус окружности как $L\sin\alpha$, а условие на величину ускорения как

$$\frac{V^2}{L\sin\alpha} = g.$$

Чтобы найти входящий в эту формулу угол α, запишем равенство вертикальной компоненты силы натяжения нити T силе тяжести mg (m – масса тела)

$$T\cos\alpha = mg,$$

а также второй закон Ньютона для шарика в проекции на центростремительное направление

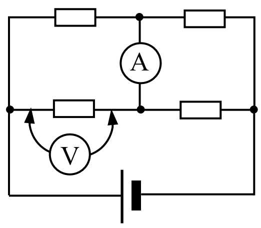
$$mg = T\sin\alpha$$

(здесь учтено, что ускорение шарика равно g). Из двух последних соотношений получаем $\mathrm{tg}\,\alpha = 1$, т.е. $\alpha = 45°$. Тогда из первой формулы находим окончательно

$$V = \sqrt{gL/\sqrt{2}}.$$

Разбалловка. Радиус окружности выражен через длину нити и угол – 5 баллов.
Записано условие на величину ускорения – 5 баллов.
Записан баланс сил в вертикальном направлении – 5 баллов.
Записан второй закон Ньютона в проекции на центростремительное направление – 5 баллов.
Найден угол α – 5 баллов.
Найдена скорость – 5 баллов.

3. (40 баллов) К батарее подключена цепь, состоящая из резисторов по 2 кОм и амперметра с пренебрежимо малым сопротивлением (см. рис.). После того, как параллельно одному из резисторов подключили вольтметр, амперметр стал показывать ток, составляющий 1% от тока через батарею. Найти сопротивление вольтметра.



Ответ. Сопротивление вольтметра равно 49 кОм.

Решение. Обозначим ток через батарею через I, тогда ток через амперметр равен $0{,}05I$. Поскольку правые на схеме резисторы фактически соединены параллельно друг другу (сопротивление амперметра пренебрежимо мало), то токи через них одинаковы и равны $0{,}5I$.

Левые участки схемы также включены параллельно друг другу, следовательно, напряжения на них одинаковы. Поскольку подключение вольтметра уменьшило сопротивление в нижней левой ветви, ток в этой ветви превышает ток в верхнем левом резисторе. Отсюда можно сделать вывод, что ток через амперметр ($0{,}01I$) течет на схеме вверх. Сложение этого тока с током через левый верхний резистор дает ток $0{,}5I$ в правом верхнем резисторе. Следовательно, ток через левый верхний резистор равен $0{,}49I$. Ток, проходящий через параллельно соединенные резистор и вольтметр, находится как сумма токов через правый нижний резистор ($0{,}5I$) и через амперметр ($0{,}01I$) и, следовательно, равен $0{,}51I$. Обозначив сопротивление резистора через R и сопротивление вольтметра через R_V, запишем условие равенства напряжений на верхней и нижней левых ветвях цепи как

$$0{,}49IR = 0{,}51I\frac{RR_\mathrm{V}}{R + R_\mathrm{V}}.$$

Из полученного уравнения находим, что $R_\mathrm{V} = 24{,}5R = 49$ кОм.

Разбалловка. Понята одинаковость токов через правые резисторы – 10 баллов.
Понято направление тока через амперметр – 10 баллов.
Составлено уравнение равенства напряжений на левых резисторах – 10 баллов.
Найдено сопротивление вольтметра – 10 баллов.

9 класс

1. (30 баллов) С балкона вертикально вверх бросили мяч так, что высота его подъема над балконом составила 1/4 всего пути до земли. Какую часть времени полета занял подъем?

Ответ. Время подъема составило $\frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \approx 0{,}37$ всего времени полета.

Решение. Обозначим время подъема мяча до верхней точки через t_1, а время падения от верхней точки до земли через t_2. Тогда высоту подъема мяча над балконом можно записать (пользуясь обратимостью движения) как $gt_1^2/2$, а расстояние от верхней точки до земли как $gt_2^2/2$ (g – ускорение свободного падения). Согласно условию задачи выполняется соотношение

$$\frac{gt_1^2}{2} = \frac{1}{4}\left(\frac{gt_1^2}{2} + \frac{gt_2^2}{2}\right),$$

откуда следует, что $t_2 = \sqrt{3}t_1$. В итоге для искомого отношения $t_1/(t_1+t_2)$ получаем значение

$$\frac{t_1}{t_1+t_2} = \frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}.$$

Разбалловка: Высота подъема выражена через время подъема – 10 баллов.
Расстояние от верхней точки до земли выражено через время падения – 5 баллов.
Составлено уравнение связи времен подъема и падения – 5 баллов.
Получен ответ – 10 баллов.

2. (30 баллов) На дне цилиндрического сосуда лежит наполовину погруженный в воду шар. После доливания в сосуд воды шар стал плавать, а после того, как сосуд закрыли крышкой, оказался погруженным в воду на 5/6 своего объема, действуя на крышку с такой же по величине силой, с какой вначале давил на дно. На какую часть своего объема шар был погружен при плавании?

Ответ. Плавающий шар был погружен на 2/3 своего объема.

Решение. Запишем баланс действующих на шар сил в начальном положении в виде

$$mg = \frac{1}{2}F_{\text{А}} + N,$$

где mg – сила тяжести, $F_{\text{А}}$ – сила Архимеда, которая действовала бы на полностью погруженный в воду шар, и N – сила реакции дна. Для конечного положения баланс сил имеет вид

$$mg + N = \frac{5}{6}F_{\text{А}},$$

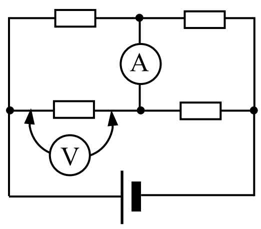
где N теперь имеет смысл силы реакции крышки. Исключая из записанных уравнений силу N, приходим к соотношению

$$mg = \frac{2}{3}F_{\text{А}},$$

которое имеет смысл баланса сил при плавании шара. Как можно заключить, плавающий шар погружен на 2/3 своего объема.

Разбалловка. Записан баланс сил для начального положения – 5 баллов.
Записан баланс сил для конечного положения – 5 баллов.
Записан баланс сил для плавающего шара – 5 баллов.
Получен ответ – 15 баллов.

3. (40 баллов) К батарее подключена цепь, состоящая из резисторов по 2 кОм и амперметра с пренебрежимо малым сопротивлением (см. рис.). После того, как параллельно одному из резисторов подключили вольтметр, амперметр стал показывать ток, составляющий 1% от тока через батарею. Найти сопротивление вольтметра.



Ответ. Сопротивление вольтметра равно 49 кОм.

Решение. Обозначим ток через батарею через I, тогда ток через амперметр равен $0{,}01I$. Поскольку правые на схеме резисторы фактически соединены параллельно друг другу (сопротивление амперметра пренебрежимо мало), то токи через них одинаковы и равны $0{,}5I$.

Левые участки схемы также включены параллельно друг другу, следовательно, напряжения на них одинаковы. Поскольку подключение вольтметра уменьшило сопротивление в нижней левой ветви, ток в этой ветви превышает ток в верхнем левом резисторе. Отсюда можно сделать вывод, что ток через амперметр ($0{,}01I$) течет на схеме вверх. Сложение этого тока с током через левый верхний резистор дает ток $0{,}5I$ в правом верхнем резисторе. Следовательно, ток через левый верхний резистор равен $0{,}49I$. Ток, проходящий через параллельно соединенные резистор и вольтметр, находится как сумма токов через правый нижний резистор ($0{,}5I$) и через амперметр ($0{,}01I$) и, следовательно, равен $0{,}51I$. Обозначив сопротивление резистора через R и сопротивление вольтметра через R_{V}, запишем условие равенства напряжений на верхней и нижней левых ветвях цепи как

$$0{,}49IR = 0{,}51I\frac{RR_{\mathrm{V}}}{R+R_{\mathrm{V}}}.$$

Из полученного уравнения находим, что $R_{\mathrm{V}} = 24{,}5R = 49$ кОм.

Разбалловка. Понята одинаковость токов через правые резисторы – 10 баллов.
Понято направление тока через амперметр – 10 баллов.
Составлено уравнение равенства напряжений на левых резисторах – 10 баллов.
Найдено сопротивление вольтметра – 10 баллов.

8 класс

1. (30 баллов) Группа туристов совершила однодневный поход, сделав получасовой привал после прохождения половины маршрута. Сколько времени занял поход, если до 10 часов и после 12 часов 30 минут туристы прошли по 30% всего пути? В какое время начался привал?

Ответ. Поход занял 5,5 часа. Привал начался в 11 часов.

Решение. Привал, очевидно, был в интервале от 10 до 12 часов 30 минут. В этом интервале времени туристы двигались 2 часа и прошли 40% всего пути. Отсюда можно заключить, что на прохождение 100% пути они затратили в 2,5 раз большее время, т.е. 5 часов. Следовательно, весь поход (с привалом) занял 5,5 часа. Поскольку пути, пройденные до и после привала одинаковы, то одинаковы и времена движения до и после привала. Следовательно, время движения от 10 часов до начала привала равнялось времени движения от конца привала до 12 часов 30 минут, т.е. привал начался в 11 часов.

Разбалловка. Понято, что с 10 до 12.30 туристы прошли 40% пути – 5 баллов.
Понято, что привал был в интервале от 10 до 12.30 – 5 баллов.
Понято, что 40% пути туристы прошли за 2 часа – 5 баллов.
Найдено время похода – 5 баллов.
Найдено время начала привала – 10 баллов.

2. (40 баллов) В термос, до краев наполненный 1 кг воды с температурой 100°, в одном случае поместили 0,2 кг льда с температурой 0°, а в другом – сначала 0,1 кг льда с температурой 0°, а после установления теплового равновесия еще 0,1 кг льда с той же температурой. Считая, что плотность воды не зависит от температуры, найти разность конечных температур в термосе в двух случаях. Удельная теплоемкость воды равна 4,2 кДж/(кг · град), удельная теплота плавления льда равна 333 кДж/кг.

Ответ. Конечные температуры отличаются примерно на 1,8°.

Решение. В первом случае лед сразу вытеснит из термоса 0,2 кг воды, и дальнейший теплообмен пойдет между 0,2 кг льда и 0,8 кг воды. В ходе теплообмена весь лед растает, и получившаяся при этом вода нагреется до некоторой конечной температуры t_1 за счет охлаждения кипятка до этой же температуры. Запишем уравнение теплового баланса в виде

$$4{,}2\cdot 0{,}8\cdot(100^\circ - t_1) = 333\cdot 0{,}2 + 4{,}2\cdot 0{,}2\cdot(t_1 - 0^\circ),$$

откуда находим конечную температуру в первом случае: $t_1 \approx 64{,}14^\circ$.

Во втором случае первый кусок льда вытеснит из термоса 0,1 кг кипятка, при этом уравнение теплового баланса следует записывать как

$$4{,}2\cdot 0{,}9\cdot(100^\circ - t_2) = 333\cdot 0{,}1 + 4{,}2\cdot 0{,}1\cdot(t_2 - 0^\circ),$$

откуда находим промежуточную установившуюся температуру $t_2 \approx 82{,}07^\circ$. Перед помещением в термос второго куска льда в термосе находится 1 кг воды при температуре t_2. Второй кусок льда вытеснит 0,1 кг воды, так что теплообмен будет проходить между этим куском льда и 0,9 кг воды с начальной температурой t_2. Уравнение теплового баланса запишем в виде

$$4{,}2\cdot 0{,}9\cdot(t_2-t_3)=333\cdot 0{,}1+4{,}2\cdot 0{,}1\cdot(t_3-0°),$$

откуда находим конечную температуру во втором случае: $t_3=0{,}9t_2-333/42\approx 65{,}93°$.

Окончательно для разности температур получаем: $t_3-t_1\approx 1{,}79°$.

Разбалловка. Записано уравнение теплового баланса в первом случае – 5 баллов.
Найдена температура t_1 – 5 баллов.
Записано уравнение теплового баланса для первой части второго случая – 5 баллов.
Найдена температура t_2 – 5 баллов.
Записано уравнение для второй части второго случая – 10 баллов.
Найдена температура t_3 – 5 баллов.
Получен правильный ответ – 5 баллов.

3. (30 баллов) На дне цилиндрического сосуда лежит наполовину погруженный в воду шар. После доливания в сосуд воды шар стал плавать, а после того, как сосуд закрыли крышкой, оказался погруженным в воду на 5/6 своего объема, действуя на крышку с такой же по величине силой, с какой вначале давил на дно. На какую часть своего объема шар был погружен при плавании?

Ответ. Плавающий шар был погружен на 2/3 своего объема.

Решение. Запишем баланс действующих на шар сил в начальном положении в виде

$$mg=\frac{1}{2}F_{\text{А}}+N,$$

где mg – сила тяжести, $F_{\text{А}}$ – сила Архимеда, которая действовала бы на полностью погруженный в воду шар, и N – сила реакции дна. Для конечного положения баланс сил имеет вид

$$mg+N=\frac{5}{6}F_{\text{А}},$$

где N теперь имеет смысл силы реакции крышки. Исключая из записанных уравнений силу N, приходим к соотношению

$$mg=\frac{2}{3}F_{\text{А}},$$

которое имеет смысл баланса сил при плавании шара. Как можно заключить, плавающий шар погружен на 2/3 своего объема.

Разбалловка. Записан баланс сил для начального положения – 5 баллов.
Записан баланс сил для конечного положения – 5 баллов.
Записан баланс сил для плавающего шара – 5 баллов.
Получен ответ – 15 баллов.

7 класс

1. (30 баллов) Группа туристов совершила однодневный поход, сделав получасовой привал после прохождения половины маршрута. Сколько времени занял поход, если до 10 часов и после 12 часов 30 минут туристы прошли по 30% всего пути? В какое время начался привал?

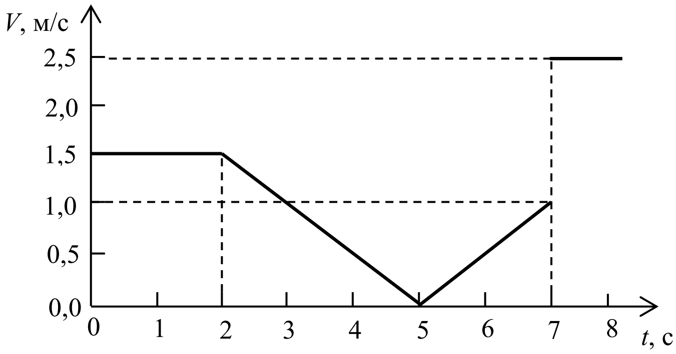
Ответ. Поход занял 5,5 часа. Привал начался в 11 часов.

Решение. Привал, очевидно, был в интервале от 10 до 12 часов 30 минут. В этом интервале времени туристы двигались 2 часа и прошли 40% всего пути. Отсюда можно заключить, что на прохождение 100% пути они затратили в 2,5 раз большее время, т.е. 5 часов. Следовательно, весь поход (с привалом) занял 5,5 часа. Поскольку пути, пройденные до и после привала одинаковы, то одинаковы и времена движения до и после привала. Следовательно, время движения от 10 часов до начала привала равнялось времени движения от конца привала до 12 часов 30 минут, т.е. привал начался в 11 часов.

Разбалловка. Понято, что с 10 до 12.30 туристы прошли 40% пути – 5 баллов.
Понято, что привал был в интервале от 10 до 12.30 – 5 баллов.
Понято, что 40% пути туристы прошли за 2 часа – 5 баллов.
Найдено время похода – 5 баллов.
Найдено время начала привала – 10 баллов.

2. (30 баллов) Пассажир, войдя в вагон поезда, начал двигаться в направлении хвоста поезда со скоростью 1,5 м/с. Через 2 с поезд тронулся и стал набирать ход, увеличивая свою скорость каждую секунду на 0,5 м/с. Еще через 5 с пассажир перестал идти по вагону, а поезд стал двигаться с постоянной, набранной к этому моменту, скоростью. Нарисовать график зависимости величины скорости пассажира относительно земли от времени в интервале от 0 до 8 с момента посадки пассажира в вагон.

Ответ. См. график (график с отрицательной частью при 0-5 с также считается правильным).



Разбалловка. Участок 0-2 с – 5 баллов.
Участок 2-5 с – 10 баллов.
Участок 5-7 с – 10 баллов.
Участок 7-8 с – 5 баллов.

3. (40 баллов) Речной песок состоит из крупиц кварца. Плотность кварца равна 2600 кг/м^3, плотность сухого песка равна 1500 кг/м^3. Чему равна плотность мокрого песка, у которого все пустоты между песчинками заполнены водой? Плотность воды равна 1000 кг/м^3. Вкладом воздуха в плотность сухого песка пренебречь.

Ответ. Плотность мокрого песка примерно равна 1923 кг/м^3.

Решение. Рассмотрим песок в некотором объеме V_0. Представим этот объем в виде суммы $V_0 = V_к + V_в$, где $V_к$ - объем, занятый кварцем, а $V_в$ – объем, занятый воздухом в случае сухого песка или водой в случае мокрого песка. Запишем плотность сухого песка как

$$\rho_{сух} = \frac{\rho_к V_к}{V_0},$$

где $\rho_к$ – плотность кварца, откуда находим долю объема, занятую кварцем:

$$\frac{V_к}{V_0} = \frac{\rho_{сух}}{\rho_к}.$$

Плотность мокрого песка запишем как

$$\rho_{мокр} = \frac{\rho_к V_к + \rho_в V_в}{V_0},$$

где $\rho_в$ – плотность воды. Подставляя в последнее соотношение $V_в$ как $V_в = V_0 - V_к$ и $V_к/V_0 = \rho_{сух}/\rho_к$, окончательно получаем

$$\rho_{мокр} = \rho_в + (\rho_к - \rho_в)\frac{\rho_{сух}}{\rho_к} \approx 1923 \text{ кг/м}^3.$$

Разбалловка. Записана общая формула для плотности через массу и объем – 5 баллов.
Записана формула для плотности сухого песка – 10 баллов.
Записана формула для плотности мокрого песка – 10 баллов.
Записана формула связи объемов (типа $V_0 = V_к + V_в$) – 5 баллов.
Получен ответ – 10 баллов.