

МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
“БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ”  
2025/26 УЧЕБНЫЙ ГОД  
МАТЕМАТИКА  
Теоретическое задание  
11 КЛАСС

1. [20 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^3 - xyz = 1, \\ y^3 - xyz = -\frac{4}{3}, \\ z^3 - xyz = 2. \end{cases}$$

2. [25 баллов] Дан треугольник  $ABC$ . Отрезки  $BK$  и  $BE$  являются его медианой и биссектрисой соответственно. Из вершины  $A$  опущен перпендикуляр  $AD$  на прямую  $BC$ . Известно, что прямые  $BK$  и  $BE$  делят отрезок  $AD$  на три равные части. Найдите  $AB$ , если  $AD = 12$ .
3. [25 баллов] Известно, что  $3x^2 - xy + 2y^2 = 5$ . Найдите наименьшее значение выражения  $2x - 3y$ .
4. [30 баллов] Уравнение  $x^3 + x^2 - 3a = 0$  имеет три различных корня, причём эти корни образуют арифметическую прогрессию. Найдите значение параметра  $a$  и решите это уравнение при найденном  $a$ .

МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
“БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ”

2025/26 УЧЕБНЫЙ ГОД

МАТЕМАТИКА

Теоретическое задание

10 КЛАСС

1. [20 баллов] Решите неравенство  $(x^2 - 4x + 3)\sqrt{x+1} \leq x^2 - 2x - 3$ .
2. [25 баллов] Дан треугольник  $ABC$ . Отрезки  $BK$  и  $BE$  являются его медианой и биссектрисой соответственно. Из вершины  $A$  опущен перпендикуляр  $AD$  на прямую  $BC$ . Известно, что прямые  $BK$  и  $BE$  делят отрезок  $AD$  на три равные части. Найдите  $AD$ , если  $AB = 12$ .
3. [25 баллов] Известно, что  $3x^2 - xy + 2y^2 = 5$ . Найдите наибольшее значение выражения  $2x - 3y$ .
4. [30 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x^2 - 7x + 6| + x^2 + 5x + 6 = 12|x|, \\ x^2 - 2(a-2)x + a^2 - 4a = 0 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
“БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ”

2025/26 УЧЕБНЫЙ ГОД

МАТЕМАТИКА

Теоретическое задание

9 КЛАСС

1. [20 баллов] Решите неравенство  $|2x + 5| + |3x - 7| > |4x + 1|$ .
2. [25 баллов] Решите уравнение  $(x - \frac{1}{x})(x - \frac{4}{x})(x - \frac{9}{x}) = (x + 1)(x + 2)(x + 3)$ .
3. [25 баллов] На окружности радиуса 10 выбраны точки  $A, B, C$  такие, что они делят окружность в отношении  $3 : 4 : 5$ . Найдите площадь треугольника, образованного касательными к этой окружности, проходящими через точки  $A, B, C$ .
4. [30 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $(2a - 1)x^2 + ax + 2a = 3$  имеет не более одного решения.