

МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
“БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ — БУДУЩЕЕ НАУКИ”
2025/26 УЧЕБНЫЙ ГОД
МАТЕМАТИКА
Теоретическое задание
11 КЛАСС

1. [20 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^3 - xyz = 1, \\ y^3 - xyz = -\frac{4}{3}, \\ z^3 - xyz = 2. \end{cases}$$

2. [25 баллов] Дан треугольник ABC . Отрезки BK и BE являются его медианой и биссектрисой соответственно. Из вершины A опущен перпендикуляр AD на прямую BC . Известно, что прямые BK BE делят отрезок AD на три равные части. Найдите AB , если $AD = 12$.
3. [25 баллов] Известно, что $3x^2 - xy + 2y^2 = 5$. Найдите наименьшее значение выражения $2x - 3y$.
4. [30 баллов] Уравнение $x^3 + x^2 - 3a = 0$ имеет три различных корня, причём эти корни образуют арифметическую прогрессию. Найдите значение параметра a и решите это уравнение при найденном a .

МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
“БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ — БУДУЩЕЕ НАУКИ”
2025/26 УЧЕБНЫЙ ГОД
МАТЕМАТИКА
Теоретическое задание
10 КЛАСС

1. [20 баллов] Решите неравенство $(x^2 - 4x + 3) \sqrt{x + 1} \leq x^2 - 2x - 3$.
2. [25 баллов] Дан треугольник ABC . Отрезки BK и BE являются его медианой и биссектрисой соответственно. Из вершины A опущен перпендикуляр AD на прямую BC . Известно, что прямые BK BE делят отрезок AD на три равные части. Найдите AD , если $AB = 12$.
3. [25 баллов] Известно, что $3x^2 - xy + 2y^2 = 5$. Найдите наибольшее значение выражения $2x - 3y$.
4. [30 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x^2 - 7x + 6| + x^2 + 5x + 6 = 12|x|, \\ x^2 - 2(a - 2)x + a^2 - 4a = 0 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
“БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ — БУДУЩЕЕ НАУКИ”
2025/26 УЧЕБНЫЙ ГОД
МАТЕМАТИКА
Теоретическое задание
9 КЛАСС

1. [20 баллов] Решите неравенство $|2x + 5| + |3x - 7| > |4x + 1|$.
2. [25 баллов] Решите уравнение $\left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{4}{x}\right) \left(x - \frac{9}{x}\right) = (x + 1)(x + 2)(x + 3)$.
3. [25 баллов] На окружности радиуса 10 выбраны точки A, B, C такие, что они делят окружность в отношении $3 : 4 : 5$. Найдите площадь треугольника, образованного касательными к этой окружности, проходящими через точки A, B, C .
4. [30 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(2a - 1)x^2 + ax + 2a = 3$ имеет не более одного решения.