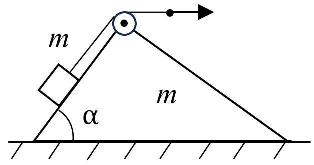
**XXVI ШКОЛЬНЫЕ ХАРИТОНОВСКИЕ ЧТЕНИЯ – 2025/26**
**Межрегиональная олимпиада школьников "Будущие исследователи - будущее науки"**
***Время выполнения заданий - 120 минут.***

## ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ И РАЗБАЛЛОВКИ

### 11 класс

**1**. (30 баллов) На горизонтальной поверхности находится призма массы $m$ с углом $\alpha$ при основании и на ней груз той же массы. К грузу прикреплена переброшенная через блок на вершине призмы нить, конец которой тянут в горизонтальном направлении (см. рис.). Пренебрегая трением и массами блока и нити, найти силу, с которой тянут нить, если ускорение груза направлено горизонтально. При каких значениях угла $\alpha$ движение с горизонтально направленным ускорением груза реализуется в режиме отрыва груза от призмы? Чему при этом равна сила натяжения нити? Ускорение свободного падения равно $g$.




**Ответ**. Величина силы равна $F = \frac{2mg\sin\alpha}{2-\cos\alpha}$. Режим с отрывом груза реализуется при $\alpha > 60°$. В этом режиме $F = \frac{2mg}{\sqrt{3}}$.

**Решение**. Ускорение призмы, как и ускорение груза, направлено горизонтально, в сторону действия внешней силы. Поскольку груз движется вместе с призмой, ускорения обоих тел одинаковы по величине, фактически тела движутся как одно целое. Обозначив величину ускорения тел через $a$, а искомую силу через $F$, запишем второй закон Ньютона для единого тела массы $2m$ в виде

$$2ma = F,$$

откуда выразим ускорение как $a = F/(2m)$.

Далее запишем второй закон Ньютона для груза в проекции на направление вдоль наклонной плоскости призмы в виде

$$ma\cos\alpha = T - mg\sin\alpha,$$

где через $T$ обозначена сила натяжения нити. Учитывая, что в силу невесомости нити и блока и отсутствия трения в оси блока сила $T$ равна по величине силе $F$, и подставляя в последнее уравнение полученное ранее выражение для ускорения, находим искомую силу:

$$F = \frac{2mg\sin\alpha}{2-\cos\alpha}.$$

Чтобы найти значения $\alpha$, при которых реализуется режим движения с отрывом груза от призмы, запишем второй закон Ньютона для груза в проекции на нормальное к наклонной грани призмы направление в виде

$$ma\sin\alpha = mg\cos\alpha - N,$$

где через $N$ обозначена сила реакции призмы. Накладывая условие отрыва груза от призмы $N = 0$, из последнего соотношения (с учетом ранее полученных выражений для $a$ и $F$) получаем уравнение для угла отрыва в виде

$$\frac{\sin^2\alpha}{2-\cos\alpha} = \cos\alpha,$$

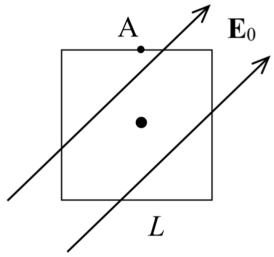
откуда находим, что $\cos\alpha = 1/2$, т.е. угол отрыва равен $60°$. При $\alpha = 60°$ сила $F$ имеет значение

$$F = \frac{2mg}{\sqrt{3}},$$

а призма на груз не действует ($N = 0$). Такими же значения сил $F$ и $N$ сохраняются и при $\alpha > 60°$.

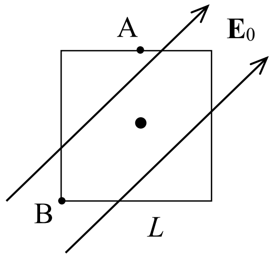
**Разбалловка**. Понято, что ускорения груза и клина равны – 5 баллов.
Получена связь ускорения тел с внешней силой – 5 баллов.
Понято равенство сил $T$ и $F$ – 5 баллов.
Найдена внешняя сила – 5 баллов.
Найден угол отрыва – 5 баллов.
Найдена сила натяжения нити в режиме отрыва – 5 баллов.

**2.** (40 баллов) После того, как положительный точечный заряд поместили в однородное электрическое поле напряженностью $\mathbf{E}_0$ в центр квадрата, одна из диагоналей которого параллельна $\mathbf{E}_0$ (см. рис.), напряженность поля в одной из вершин квадрата стала равной нулю. Найти разность потенциалов между этой вершиной и серединой стороны точкой А, если длина стороны равна $L$.




**Ответ**. Разность потенциалов равна $\frac{5\sqrt{2}-4}{4}LE_0$.

**Решение**. После внесения заряда напряженность поля могла стать равной нулю только в вершине В (см. рис.). Обозначив величину точечного заряда через $q$, запишем условие равенства нулю напряженности поля в вершине В в виде




$$\frac{kq}{L^2/2} = E_0,$$

где $k = 1/(4\pi\varepsilon_0)$, $\varepsilon_0$ – электрическая постоянная и учтено, что расстояние от точечного заряда до вершины равно $L/\sqrt{2}$. Отсюда выражаем $kq = L^2E_0/2$.

Согласно принципу суперпозиции разность потенциалов между точками В и А можно находить как сумму вкладов от точечного заряда и от поля $\mathbf{E}_0$. Вклад в разность потенциалов $\varphi_\text{B} - \varphi_\text{A}$ от точечного заряда записываем, используя формулу для потенциала точечного заряда $\varphi = kq/r$ ($r$ – расстояние от заряда) и найденное выше выражение для $kq$, как

$$\frac{kq}{L/\sqrt{2}} - \frac{kq}{L/2} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right)LE_0.$$

Чтобы найти вклад в разность потенциалов $\varphi_\text{B} - \varphi_\text{A}$ от однородного поля, удобно сложить разность потенциалов, создаваемую полем $\mathbf{E}_0$ между вершиной В и центром квадрата, с разностью потенциалов, создаваемой этим полем между центром квадрата и точкой А:

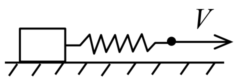
$$E_0\frac{L}{\sqrt{2}} + \frac{E_0}{\sqrt{2}}\frac{L}{2} = \frac{3}{2\sqrt{2}}LE_0.$$

Суммируя оба найденных вклада, окончательно находим

$$\varphi_\text{B} - \varphi_\text{A} = \frac{5\sqrt{2}-4}{4}LE_0.$$

**Разбалловка**. Указана вершина с нулевым полем – 5 баллов.
Величина заряда выражена через $E_0$ – 5 баллов.
Найден вклад в разность потенциалов от точечного заряда – 10 баллов.
Найден вклад от однородного поля – 15 баллов.
Получен ответ – 5 баллов.

**3.** (30 баллов) Находящийся на гладком горизонтальном столе груз массы $m$ прикреплен к концу пружины, другой конец которой перемещают с постоянной скоростью $V$ вдоль стола (см. рис.). Груз совершает колебания так, что вектор его скорости относительно стола не меняет направления, а минимальное значение величины этой скорости равно нулю. Найти амплитуду колебаний механической энергии системы «груз-пружина» в связанной со столом системе отсчета.




**Ответ**. Амплитуда колебаний механической энергии равна .

**Решение**. Выберем ось $x$, которая связана со столом и направлена в сторону равномерного движения конца пружины. Запишем зависимость от времени $t$ координаты груза в виде

$$x = Vt + A\cos\omega t,$$

где через $\omega$ обозначена угловая частота колебаний, а через $A$ – амплитуда колебаний. Тогда проекцию скорости груза на ось $x$ следует записать в виде

$$v_x = V - \omega A\sin\omega t.$$

Полученное выражение должно оставаться неотрицательным в течение всего периода изменения синуса и обращаться в нуль при максимальном значении синуса. Отсюда находим, что $\omega A = V$.

Запишем механическую энергию груза на пружине как сумму кинетической энергии груза и упругой энергии пружины:

$$W_м = \frac{mv_x^2}{2} + \frac{k(\Delta L)^2}{2}.$$

Здесь через $k$ обозначена жесткость пружины, а через $\Delta L$ ее растяжение ($\Delta L = -A\cos\omega t$). Подставляя записанное ранее выражение для $v_x$ (с учетом $\omega A = V$), получаем

$$W_м = \frac{mV^2}{2} - mV^2\sin\omega t + \frac{mV^2}{2}\sin^2\omega t + \frac{kA^2}{2}\cos^2\omega t.$$

Учитывая, что в системе отсчета, движущейся вместе с концом пружины со скоростью $V$, энергия колебаний постоянна, т.е.

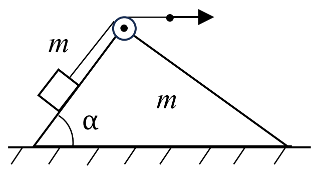
$$\frac{mV^2}{2}\sin^2\omega t + \frac{kA^2}{2}\cos^2\omega t = \mathrm{const},$$

приходим к выводу, что $W_м$ колеблется с амплитудой $mV^2$.

**Разбалловка.** Понято, что амплитуда колебательной скорости равна $V$ – 5 баллов.
Записано выражение для полной скорости – 5 баллов.
Записано выражение для механической энергии – 5 баллов.
Использовано постоянство энергии колебаний – 10 баллов.
Найдена искомая амплитуда – 15 баллов.

## 10 класс

**1**. (30 баллов) На горизонтальной поверхности находится призма массы $m$ с углом $\alpha$ при основании и на ней груз той же массы. К грузу прикреплена переброшенная через блок на вершине призмы нить, конец которой тянут в горизонтальном направлении (см. рис.). Пренебрегая трением и массами блока и нити, найти силу, с которой тянут нить, если ускорение груза направлено горизонтально. При каких значениях угла $\alpha$ движение с горизонтально направленным ускорением груза реализуется в режиме отрыва груза от призмы? Чему при этом равна сила натяжения нити? Ускорение свободного падения равно $g$.




**Ответ**. Величина силы равна $F = \frac{2mg\sin\alpha}{2-\cos\alpha}$. Режим с отрывом груза реализуется при $\alpha > 60°$. В этом режиме $F = \frac{2mg}{\sqrt{3}}$.

**Решение**. Ускорение призмы, как и ускорение груза, направлено горизонтально, в сторону действия внешней силы. Поскольку груз движется вместе с призмой, ускорения обоих тел одинаковы по величине, фактически тела движутся как одно целое. Обозначив величину ускорения тел через $a$, а искомую силу через $F$, запишем второй закон Ньютона для единого тела массы $2m$ в виде

$$2ma = F,$$

откуда выразим ускорение как $a = F/(2m)$.

Далее запишем второй закон Ньютона для груза в проекции на направление вдоль наклонной плоскости призмы в виде

$$ma\cos\alpha = T - mg\sin\alpha,$$

где через $T$ обозначена сила натяжения нити. Учитывая, что в силу невесомости нити и блока и отсутствия трения в оси блока сила $T$ равна по величине силе $F$, и подставляя в последнее уравнение полученное ранее выражение для ускорения, находим искомую силу:

$$F = \frac{2mg\sin\alpha}{2-\cos\alpha}.$$

Чтобы найти значения $\alpha$, при которых реализуется режим движения с отрывом груза от призмы, запишем второй закон Ньютона для груза в проекции на нормальное к наклонной грани призмы направление в виде

$$ma\sin\alpha = mg\cos\alpha - N,$$

где через $N$ обозначена сила реакции призмы. Накладывая условие отрыва груза от призмы $N = 0$, из последнего соотношения (с учетом ранее полученных выражений для $a$ и $F$) получаем уравнение для угла отрыва в виде

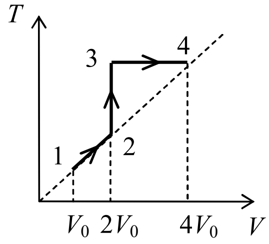
$$\frac{\sin^2\alpha}{2-\cos\alpha} = \cos\alpha,$$

откуда находим, что $\cos\alpha = 1/2$, т.е. угол отрыва равен $60°$. При $\alpha = 60°$ сила $F$ имеет значение

$$F = \frac{2mg}{\sqrt{3}},$$

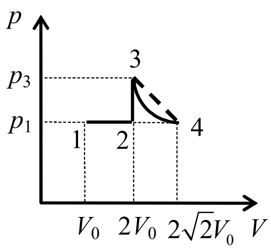
а призма на груз не действует ($N = 0$). Такими же значения сил $F$ и $N$ сохраняются и при $\alpha > 60°$.

**Разбалловка**. Понято, что ускорения груза и клина равны – 5 баллов.
Получена связь ускорения тел с внешней силой – 5 баллов.
Понято равенство сил $T$ и $F$ – 5 баллов.
Найдена внешняя сила – 5 баллов.
Найден угол отрыва – 5 баллов.
Найдена сила натяжения нити в режиме отрыва – 5 баллов.



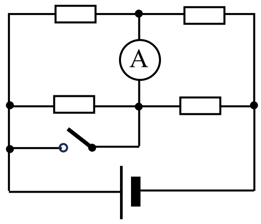

**2**. (40 баллов) Идеальный одноатомный газ совершает процесс, график которого состоит из трех участков: 1–2, 2–3 и 3–4 (см. рис.). На каком участке полученное газом количество теплоты максимально?

**Ответ**. Полученное тепло максимально на участке 1-2.




**Решение**. Изобразим процесс на плоскости $p, V$, используя уравнение Клапейрона–Менделеева $pV = \nu RT$ (см. рис.). Полученное газом тепло на участке 1-2 (изобара) равно $Q_{12} = (5/2)p_1V_0$. На участке 2-3 (изохора) полученное тепло равно $Q_{23} = 3(p_3 - p_1)V_0$. Из уравнения Клапейрона-Менделеева для состояний 3 и 4 находим, что $p_3 = \sqrt{2}\,p_1$, поэтому $Q_{23} = 3(\sqrt{2}-1)p_1V_0 \approx 1{,}2\,p_1V_0$. Полученное тепло на изотермическом участке 3-4 равно совершенной газом работе, которую оценим сверху как площадь трапеции (площадь под отрезком жирной штриховой прямой): $Q_{34} = A_{34} < (p_1 + p_3)(\sqrt{2}-1)V_0$ или $Q_{34} < p_1V_0$. Таким образом, полученное тепло максимально на участке 1-2.

**Разбалловка.** Изображен процесс на плоскости $p, V$ – 10 баллов.
Записано $Q_{12}$ – 5 баллов.
Записано $Q_{23}$ – 10 баллов.
Записана оценка сверху на $Q_{12}$ – 10 баллов.
Получен ответ – 5 баллов.




**3**. (30 баллов) В представленной на рисунке цепи сопротивления резисторов в верхней ветви одинаковы и вдвое больше, чем в нижней, сопротивление амперметра и внутреннее сопротивление батареи пренебрежимо малы. После того, как ключ замкнули, амперметр стал показывать ток $I_A$. На сколько изменился ток через батарею в результате замыкания ключа?

**Ответ**. Ток изменился на $1{,}5I_A$.

**Решение**. Обозначим сопротивления резисторов в нижней ветви через $R$, тогда в верхней ветви сопротивления равны $2R$. До замыкания ключа ток через батарею запишем в виде

$$I_1 = \frac{E}{4R/3},$$

где через $E$ обозначена ЭДС батареи и учтено, что полное сопротивление цепи равно $4R/3$.

После замыкания ключа ток через левый верхний резистор идти не будет (резистор зашунтирован – напряжение на нем равно нулю). Следовательно, через правый верхний резистор идет ток $I_A$. Учтем также, что фактически два правых резистора напрямую подключены к батарее, поэтому ток через правый верхний резистор можно записать как $E/(2R)$. Тогда получаем

$$\frac{E}{2R} = I_A\,.$$

Записывая ток через батарею после замыкания ключа как ток через параллельно соединенные сопротивления $R$ и $2R$, т.е. в виде

$$I_2 = \frac{E}{2R/3},$$

получаем для изменения тока через батарею выражение

$$I_2 - I_1 = \frac{3}{4}\frac{E}{R}.$$

Учитывая ранее полученное соотношение $E/(2R) = I_\text{A}$, находим, что

$$I_2 - I_1 = \frac{3}{2} I_\text{A}.$$

**Разбалловка.** Записан ток через батарею до замыкания ключа – 5 баллов.
Понято, что после замыкания ключа ток через левый верхний резистор не идет – 5 баллов.
Понято, что через правый верхний резистор идет ток $I_\text{A}$ – 5 баллов.
Записан ток через батарею после замыкания ключа – 10 баллов.
Получен ответ – 5 баллов.

## 9 класс

**1**. (30 баллов) Две частицы одновременно начинают движение вдоль одной прямой. Начальные скорости частиц направлены в одну сторону, их величины равны $V_0$ и $2V_0$, ускорения частиц постоянны. Через некоторое время оказалось, что частицы совершили одинаковые перемещения и прошли одинаковые пути, а скорость одной из частиц стала равной $V_0/2$. Чему в этот момент равна скорость другой частицы?

**Ответ**. Скорость равна $3V_0/2$.

**Решение**. Одновременное выполнение условий одинаковости перемещений и путей частиц возможно только в том случае, если частицы все время двигались в одну сторону, причем частица с меньшей начальной скоростью ускорялась, а с большей – замедлялась. Выберем ось $x$ в направлении движения частиц и запишем их перемещения в виде

$$\Delta x_1 = V_0 t + \frac{a_1 t^2}{2}, \quad \Delta x_2 = 2V_0 t - \frac{a_2 t^2}{2},$$

где через $a_{1,2}$ обозначены величины ускорений частиц. Из условия равенства перемещений $\Delta x_1 = \Delta x_2$ получаем

$$(a_1 + a_2)t = 2V_0.$$

Записывая далее скорости частиц в виде

$$v_{1x} = V_0 + a_1 t, \quad v_{2x} = 2V_0 - a_2 t,$$

выразим разность скоростей как

$$v_{1x} - v_{2x} = -V_0 + (a_1 + a_2)t.$$

Подставляя в данное соотношение найденное выше выражение $(a_1 + a_2)t = 2V_0$, получаем

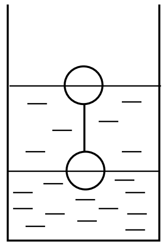
$$v_{1x} - v_{2x} = V_0.$$

Учитывая, что $v_{2x} = V_0/2$, находим, что

$$v_{1x} = \frac{3V_0}{2}.$$

**Разбалловка**: Понято, что частицы движутся без разворота – 5 баллов.
Понято, что одна частица ускоряется, другая замедляется– 5 баллов.
Из равенства перемещений записано уравнение – 5 баллов.
Записано соотношение между скоростями частиц – 5 баллов
Получен ответ – 10 баллов.

**2**. (40 баллов) В цилиндрический сосуд налиты две жидкости разной плотности, в которых плавают два связанных нитью шара одинакового радиуса так, что половина каждого шара находится в менее плотной жидкости (см. рис.). После того, как в сосуд долили менее плотной жидкости, оба шара стали плавать в ней целиком, а сила натяжения нити возросла в 4 раза. Чему равно отношение масс шаров?



**Ответ**. Масса нижнего шара в 5 раз больше.

**Решение**. Найдем сначала отношение плотностей жидкостей. Для этого запишем условия плавания связанных нитью шаров вначале

$$(m_1 + m_2)g = \rho_1 V g + \rho_2 \frac{V}{2} g$$

и после доливания жидкости

$$(m_1 + m_2)g = 2\rho_1 V g.$$

Здесь через $m_1$, $m_2$ и $V$ обозначены массы и объемы шаров, а через $\rho_1$ и $\rho_2$ – плотности жидкостей, $\rho_2 > \rho_1$. Из записанных уравнений находим, что $\rho_2 = 2\rho_1$.

Запишем теперь условия баланса сил, действующих на верхний шар (с массой $m_1$), до и после доливания жидкости в виде

$$m_1 g + T = \rho_1 \frac{V}{2} g, \quad m_1 g + 4T = \rho_1 V g,$$

где учтено, что сила натяжения нити $T$ возросла в 4 раза после доливания. Исключая из записанных уравнений силу $T$, получаем

$$3m_1 g = \rho_1 V g.$$

Записывая аналогичные уравнения для нижнего шара в виде

$$m_2 g = T + \rho_1 \frac{V}{2} g + \rho_2 \frac{V}{2} g, \quad m_2 g = 4T + \rho_1 V g.$$

и исключая из них $T$, получаем

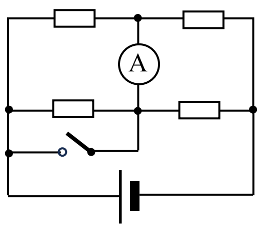
$$3m_2 g = \rho_1 V g + 2\rho_2 V g.$$

Далее находим отношение масс шаров:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{\rho_1} = 5.$$

**Разбалловка**. Записано условие плавания шаров до наливания – 5 баллов.
Записано условие плавания шаров после наливания – 5 баллов.
Найдено отношение плотностей жидкостей – 5 баллов.
Записано условие плавания верхнего шара до наливания – 5 баллов.
Записано условие плавания верхнего шара после наливания – 5 баллов.
Записано условие плавания нижнего шара до наливания – 5 баллов.
Записано условие плавания нижнего шара после наливания – 5 баллов.
Найдено отношение масс шаров – 5 баллов.

**3**. (30 баллов) В представленной на рисунке цепи сопротивления резисторов в верхней ветви одинаковы и вдвое больше, чем в нижней, сопротивление амперметра и внутреннее сопротивление батареи пренебрежимо малы. После того, как ключ замкнули, амперметр стал показывать ток $I_A$. На сколько изменился ток через батарею в результате замыкания ключа?




**Ответ**. Ток изменился на $1{,}5 I_A$.

**Решение**. Обозначим сопротивления резисторов в нижней ветви через $R$, тогда в верхней ветви сопротивления равны $2R$. До замыкания ключа ток через батарею запишем в виде

$$I_1 = \frac{E}{4R/3},$$

где через $E$ обозначена ЭДС батареи и учтено, что полное сопротивление цепи равно $4R/3$.

После замыкания ключа ток через левый верхний резистор идти не будет (резистор зашунтирован – напряжение на нем равно нулю). Следовательно, через правый верхний резистор идет ток $I_\text{A}$. Учтем также, что фактически два правых резистора напрямую подключены к батарее, поэтому ток через правый верхний резистор можно записать как $E/(2R)$. Тогда получаем

$$\frac{E}{2R} = I_\text{A}.$$

Записывая ток через батарею после замыкания ключа как ток через параллельно соединенные сопротивления $R$ и $2R$, т.е. в виде

$$I_2 = \frac{E}{2R/3},$$

получаем для изменения тока через батарею выражение

$$I_2 - I_1 = \frac{3}{4}\frac{E}{R}.$$

Учитывая ранее полученное соотношение $E/(2R) = I_\text{A}$, находим, что

$$I_2 - I_1 = \frac{3}{2} I_\text{A}.$$

**Разбалловка.** Записан ток через батарею до замыкания ключа – 5 баллов.
Понято, что после замыкания ключа ток через левый верхний резистор не идет – 5 баллов.
Понято, что через правый верхний резистор идет ток $I_\text{A}$ – 5 баллов.
Записан ток через батарею после замыкания ключа – 10 баллов.
Получен ответ – 5 баллов.