

МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
“БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ — БУДУЩЕЕ НАУКИ”
2026/27 УЧЕБНЫЙ ГОД
МАТЕМАТИКА
Теоретическое задание
11 КЛАСС

1. [20 баллов] Найдите все пары целых чисел $(a; b)$, при которых справедливы оба неравенства $a^3 - 3b^2 - 9a + 24b > 47$ и $a^3 + b^2 - 9a - 10b < -23$.
2. [25 баллов] Найдите все значения параметра p , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x - p| + |y - p| + |p + 1 - x| + |p + 1 - y| = 2, \\ y + 2|x - 5| = 6 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

3. [25 баллов] Функция $f(x)$ такова, что при любых действительных значениях x и y выполняется равенство

$$f\left(\frac{x + 3y}{4}\right) = \frac{f(x) + 3f(y)}{4}.$$

Найдите $f(2026)$, если $f(1) = 1$, $f(4) = 5$.

4. [30 баллов] В окружность вписан четырёхугольник $MNPQ$, диагонали которого перпендикулярны и пересекаются в точке F . Прямая, проходящая через точку F и середину стороны MN , пересекает сторону PQ в точке A . Найдите AF , если $MN = 4$, $MQ = 7$, $\angle MPQ = \alpha$.

МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
“БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ — БУДУЩЕЕ НАУКИ”
2026/27 УЧЕБНЫЙ ГОД
МАТЕМАТИКА
Теоретическое задание
10 КЛАСС

1. [25 баллов] Найдите все пары целых чисел $(a; b)$, при которых справедливы оба неравенства $a^3 - 3b^2 - 9a + 24b > 47$ и $a^3 + b^2 - 9a - 10b < -23$.
2. [25 баллов] Решите уравнение $\frac{4x^2+x+1}{4|x|} = \sqrt{x+1}$.
3. [25 баллов] В треугольнике PQR на стороне PR взята точка S так, что $PS = 3RS$, $\angle QPR + \angle QRP = \angle PSQ$. Найдите периметр треугольника PQS , если $PR = 8$, $\cos \angle PQR = -\frac{23}{40}$.
4. [25 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 - 5|x|| = a(x + 4)$$

имеет ровно три различных корня.

МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
“БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ — БУДУЩЕЕ НАУКИ”
2026/27 УЧЕБНЫЙ ГОД
МАТЕМАТИКА
Теоретическое задание
9 КЛАСС

1. [20 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{(a+4)x^2 + 6x - 1}{x+3} = 0$$

имеет ровно одно решение.

2. [25 баллов] Найдите все пары целых чисел $(a; b)$, при которых справедливы оба неравенства $a^3 - 3b^2 - 9a + 24b > 47$ и $a^3 + b^2 - 9a - 10b < -23$.

3. [25 баллов] Решите уравнение

$$\frac{4x^2 + x + 1}{4|x|} = \sqrt{x+1}.$$

4. [30 баллов] В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза $AB = 10$. Точки D и E лежат на катетах BC и AC соответственно, при этом $CD = CE = 2$. Отрезки AD и BE пересекаются в точке O . Площадь треугольника BDO больше площади треугольника AOE на 2. Найдите BC и AC .