



ШИФР

E-45

(заполняется представителем Оргкомитета)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИ

по математике
(наименование общеобразовательного предмета)Дата проведения 21.01.2024ФИО участника (полностью) Тажиевич Зилжита Сергеевич

Дата рождения _____

Класс 11Школа № 63 район _____город Екатеринбург

Особые отметки (Заполняется представителем оргкомитета)
о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

письменному заявлению после истечения времени,
предусмотренного на подачу и рассмотрение апел-
ляций по данному предмету.

Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист «Письменная работа», ставит дату и подпись.

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы.

Нельзя делать исправления карандашом.

Внимание! Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

_____ (подпись участника олимпиады)

Правила поведения

Участник очного тура олимпиады обязан:

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

Внимание. Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады **запрещается:**

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполнявшуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий.

Все виды шпаргалок изымаются и выдаются по

ШИФР

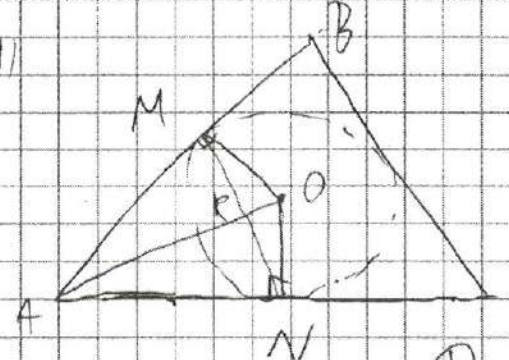
45-45

(заполняется сотрудником секретариата)

Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5	Сумма баллов
+1/2	+	+	-	+	
10	16	8	0	20	54

Заполняется проверяющим!

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

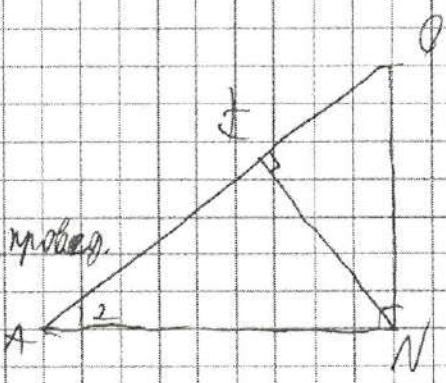
1) 

Дано: $\triangle ABC$, O — центр тяжести;
 $AN \perp BC$, AM — медиана, AN — высота;
 $AO = 2MN$
 Найти: $\angle A$

Решение:

- Пусть $MN = 2a$, тогда $AO = 4a$, $MN \cap AO = \{K\}$
- Заметим, что AO — биссектриса $\angle MAN$. $MO = ON$ — как радиусы, $AM = AN$ — как касательные, проведенные из одной точки, тогда AO — перпендикуляр к MN , тогда $MK = KN = a$; $AO \perp MN$
- Рассмотрим $\triangle AON$:
 $AO = 4a$, $KN = a$;
 Заметим, что KN — высота, проведенная из вершины прямого угла, тогда $AN^2 = AK \cdot AO$; $ON^2 = OK \cdot AO$
 $KN^2 = \frac{OK \cdot AO}{AO} = OK$
- Пусть $\angle OAN = \alpha$, тогда $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{ON \cdot AN}{AO^2} = \frac{OK \cdot AO \cdot AK \cdot AO}{AO^4} = \frac{OK \cdot AK}{AO^2} = \frac{KN^2}{AO^2}$, тогда $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{2KN}{AO} = \frac{2a}{4a} = \frac{1}{2}$

$\angle A = 2\alpha = 30^\circ$



$$= \frac{2a}{4a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle AON = 60^\circ$$

~~5) Т.к. AO - биссектриса $\angle MAN$, то $\angle BAC = 2\angle OAN = 22^\circ \Rightarrow \sin \angle BAC = \sin 22^\circ = \frac{1}{2}$, откуда $\angle BAC = 60^\circ$, при этом $\angle BAC \neq 120^\circ$ т.к. иначе $\angle MON = 60^\circ$, откуда $\triangle MON$ - равносторонний, т.к. $MO = ON$, тогда $MN = ON = 2a$, откуда $OK = \sqrt{3}a$, а $AK = a(4 - \sqrt{3})$, тогда $OK \cdot AK = a^2(4\sqrt{3} - 3) \neq a^2$, но $OK \cdot AK = KN^2 = a^2$.~~

Ответ: 60°

$+1/2$

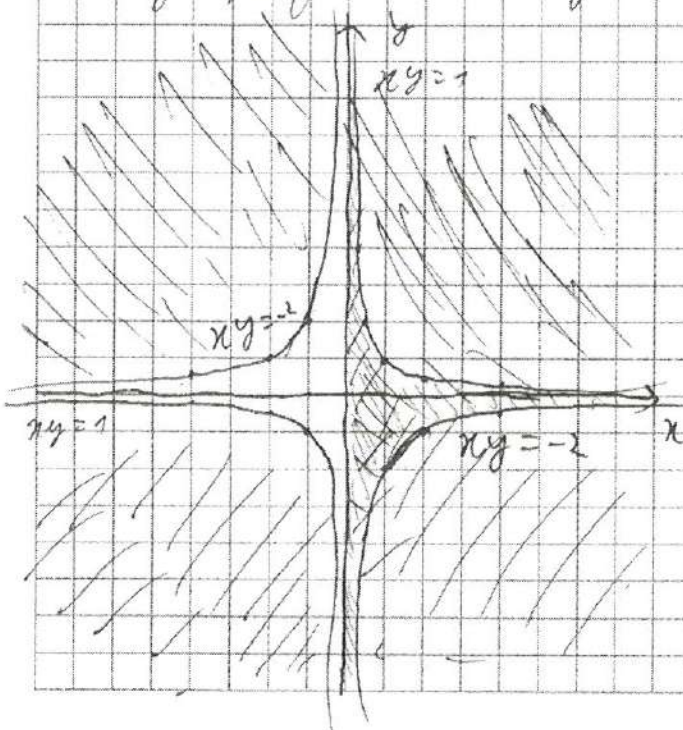
$$3) x^2 y^2 < 2 - xy$$

$$x^2 y^2 + xy - 2 < 0$$

$$(xy - 1)(xy + 2) < 0$$

$$-2 < xy < 1 \quad (1)$$

Изобразим $xy = 1$ и $xy = -2$, при этом заметим, что (1) удовлетворяет область



выше $xy = -2$ и ниже $xy = 1$. Из этого заметим, что нам подходит область, при $x > 0$, ниже $xy = 1$ и выше $xy = -2$. Ответ: область штриховкой.

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

13) а) Заметим, что любая точка ^{всех} из ~~ли-ва~~ ^{ли-ва} ~~А~~ ^А может быть соединена ^{соединена} отрезком с точкой ^(*) ~~тогда~~ ^{тогда} ~~любая~~ ^{любая} 2 точки ~~в~~ ^{из} ~~А~~ ^А можно соединить с точкой ~~С~~ ^С, то есть ^{их можно соединить} ~~какая-то~~ ^{какая-то} из 2 звеньев, если нет возможности соединить данные точки ^{напрямую} отрезком, т. е. д.

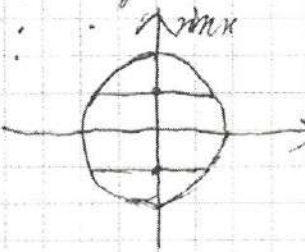
(*) с точкой $(1/\varepsilon; 0)$, где ~~тогда~~ $\varepsilon = \frac{1}{\eta}$, где $\eta \rightarrow +\infty$!

12) $|\sin \frac{11\pi}{24} x| = a$ (1), $a \in [0; 1]$; $x \in [0; 24]$

Заметим, что $\frac{11\pi}{24} x \in [0; 11\pi)$;

Если $a \neq 0$, $a \neq 1$, тогда (1) на промежутке $(\pi k; \pi + \pi k)$ ^(*) ~~имеет 2~~ ^{имеет 2} ~~корня~~ ^{корня}, причем в $[0; 11\pi)$ всего 11 таких различных ~~интервалов~~ ^{интервалов}, а значит и 22 ~~корня~~ ^{корня}.

(*):



Заметим, что все решения $\sin \frac{11\pi}{24} x = a$ находятся на ~~прям-ке~~ ^{прям-ке} $(a; (2\pi k; \pi + 2\pi k)$ ^{где} ~~при~~ ^{при} ~~х~~ ^х ~~там~~ ^{там} ~~из~~ ^{из} 2, а для $-\sin \frac{11\pi}{24} x = a$ решения на ~~прям-ке~~ ^{прям-ке} $(\pi + 2\pi k; 2\pi + 2\pi k)$ ^{где} ~~из~~ ^{из} ~~тоже~~ ^{тоже} 2, что и дает нам, что на ~~прям-ке~~ ^{прям-ке}

+

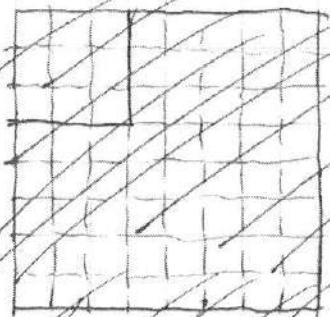
$\pi k; \pi + \pi k, k \in \mathbb{Z} - 2$ ^{корни} ~~корни~~

Рассм. $\alpha = 1$, тогда $\frac{11\pi}{24} k = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$, при $\alpha = 1$, тогда на прямой $(\pi k; \pi + \pi k)$ ^{$k \in \mathbb{Z}$} ~~при $\alpha = 1$~~ ^{всего 11 корней}, тогда на прямой $[0; 11\pi)$ всего 11 корней.

Рассм. $\alpha = 0$, тогда $\frac{11\pi}{24} k = \pi k, k \in \mathbb{Z}$, при $\alpha = 0$, тогда получается всего 10 корней $(0, \pi, 2\pi, \dots, 9\pi, 10\pi)$ на прямой $[0; 11\pi)$.

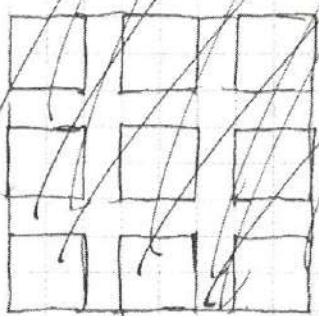
Ответ: при $\alpha \neq 0, \alpha \neq 1$ ^{корни} ~~22~~ ²² корней; при $\alpha = 1$, 11 ~~корней~~ корней, при $\alpha = 0$, 10 корней.

51



Заметим, что если в кв-те выделить кв-т 3×3 , и заполнить его 9 различными цветами, то при переносе его на 3 клетки в любую сторону, будет образовываться рисунок из 9 цветов. То есть максимум есть 9 цветов, в которые можно раскрасить грифель. (*)

Заметим, что угловой кв-т 2×2



из различных цветов, при условии угловой грифеля, помещается ровно 4 раза, и различается однозначно. При этом для этого из 9 цветов

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

№1 ~~домашних кв-в всего 12 дуплей, то
есть между домашними кв-ми 48 дуплей
Притом дуплей других цветов всего
32 дупля.~~

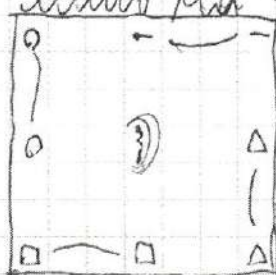
~~Тогда всего максимум 80 дуплей
Ответ: 80~~

~~(*) Заметим, что при 9 разноцветных
дуплях раскраска кв-та задается
однозначно~~

№51 Ставим цифры для каждой клет-
ки дупля, притом одна цифра соответ-
ствует одной системе дуплей, где си-
стема дуплей - это клетки, для которых
для значимой клетки образуют состав-
лять дупля, а также и для соседних
клеток, составляющие дупля:

1	2	3	1	2	3	1	2
4	5	6	4	5	6	4	5
7	8	9	7	8	9	7	8
1	2	3	1	2	3	1	2
4	5	6	4	5	6	4	5
7	8	9	7	8	9	7	8
1	2	3	1	2	3	1	2
4	5	6	4	5	6	4	5

Заметим, что ①, ②, ③, ④, ⑤ по-отдель-
ности всего 9, тогда их можно разбить
лишь на 4 пары - дупля:



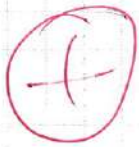
то есть для ①, ②, ③ и ④ максимум 16 дуплей.
Аналогично заметим,

что ³3, 6, 7 и 8 по-отдельности всего 8, а значит и 3 пары-гипотеза максимум, а значит для 3, 6, 7 и 8 максимум 12 гипотез

Заметим, что 9 всего ⁴4, а значит и 2 пары-гипотеза максимум.

Тогда всего ³⁰30 гипотеза максимум.
 Ответ: ~~30~~ 30

Пример:



1	5	Δ	4	5	Δ	4	6
1	5	1	4	5	1	4	6
Δ	1	α	0	-	α	□	/
1	8	0	2	e	0	3	6
1	8	-	3	2	-	3	6
Δ	1	α	0	-	α	□	/
2	8	□	2	7	□	3	7
2	8	/	2	7	/	3	7

, где сочетания
 букв алфавита
 и-в - 1 гипотеза, а
 если и-т орт, то

без гипотез.