



ШИФР

ака-18

(заполняется представителем Оргкомитета)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИпо математике Дата проведения 21.04.2024
(наименование общеобразовательного предмета)ФИО участника (полностью) Волкова Анна ГеннадьевнаДата рождения _____ Класс 11 АШкола № 35 район _____ город Нижнекамск

Особые отметки (Заполняется представителем оргкомитета)
о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил
поведения и т.д.

Все виды шпательных изымаются и выдаются по
письменному заявлению после истечения времени,
предусмотренного на подачу и рассмотрение
апелляций по данному предмету.

Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист
«Письменная работа», ставит дату и подпись.

На вложенных листах, как для чистовых, так и для
черновых записей, можно писать или синей, или
фиолетовой, или черной пастой (чернилами),
одинаковой во всей работе (при необходимости смены
цвета пасты (чернил), следует обратиться за
разрешением к представителю оргкомитета
олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах,
на которых имеются рисунки или записи, не
относящиеся к выполняемому заданию, а также записи
не на русском языке, и любые другие пометки,
которые могут идентифицировать участника, на
проверку не поступают и претензии по этим заданиям
(задачам) не принимаются. На проверку не поступают
также листы, подписанные участником, листы, на
которых имеются записи карандашом (кроме
рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и
рванные (надорванные) листы.

Нельзя делать исправления карандашом.

Внимание! Если в работе ошибки исправлены
карандашом, то при шифровке работы карандашные
исправления будут стерты и на проверку поступит
работа без исправлений.

С правилами поведения на олимпиаде и правилами
оформления работы ознакомлен

(подпись участника олимпиады)

Правила поведения

Участник очного тура олимпиады обязан:

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

Внимание. Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады запрещается:

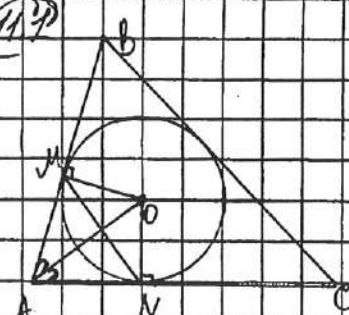
- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпательки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполняющуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий.

Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, С1.
Условия задания переписывать не нужно.

①

Чистовик

11.2) 

Дано: $\triangle ABC$; $OP \perp AB$; $ON \perp BC$; $OM \perp AC$; $OP \perp AB$; $ON \perp BC$; $OM \perp AC$; $AO = 2MN$

Найти: $\angle A$

Решение:

- $AM = AN = a$ — как отрезки касательных, выходящих из 1 точки; $OM \perp MN$ — как радиус к т. касания
- $AO = 2MN \Rightarrow a \cdot \frac{1}{\cos \frac{\angle A}{2}} = a \cdot \sqrt{\frac{1 + \cos \angle A}{2}}$
* $\angle MAO = \angle NAO = \frac{1}{2} \angle A$ — т.к. O — центр пересечения биссектрис $\angle B$ и $\angle C$
- по т. косинусов в $\triangle MAN$
 $AM^2 + AN^2 - 2AM \cdot AN \cdot \cos \angle A = MN^2 \Rightarrow MN = a \sqrt{2(1 - \cos \angle A)}$
- $AO = 2MN \Rightarrow a \cdot \frac{1}{\cos \frac{\angle A}{2}} = a \sqrt{2(1 - \cos \angle A)} \Rightarrow$
 $(\Rightarrow) \frac{1}{\cos^2 \frac{\angle A}{2}} = 4 - 4 \cos \angle A \Rightarrow 1 - \cos^2 \frac{\angle A}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos \frac{\angle A}{2} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\angle A}{2} = 30^\circ$
 $\angle A = 60^\circ$ или 150°

Ответ: 30° или 150° .

11.3) а) $xy^2 < 2 - xy \Leftrightarrow xy^2 + xy - 2 < 0 \Leftrightarrow x^2(y - \frac{1}{x})(y + \frac{2}{x}) < 0$
Рассмотрим 2 функции: $y = -\frac{2}{x}$ (1) и $y = \frac{1}{x}$ (2).
Множество A будет "зажато" между графиками этих функций.
При этом сами графики множеству A не принадлежат.

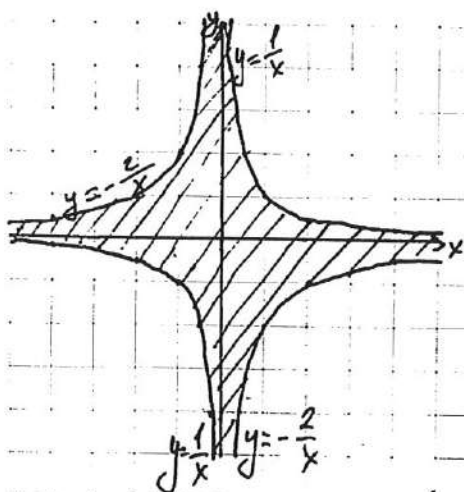
что при $x=0$?

Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, С1.
Условия задания переписывать не нужно.

$$\Sigma = 74$$

1	2	3	4	5
+	+	+	-	+
20	20	16	2	16

Чистовик



б) Заметим, что у графиков ^{функций} (1) и (2) общие асимптоты $x=0$ и $y=0$. Графики ^{функций} (1) и (2) будут стремиться к ним, но никогда их не достигнут.

Значит, всегда можно будет провести отрезок A_0 , где A_0 - точка, принадлежащая множеству A , а O - начало координат. это можно доказать

А значит, любые 2 точки множества A можно соединить внутри A либо отрезком, либо ломаной из 2-х звеньев.

1.5 Выполним следующую раскраску:

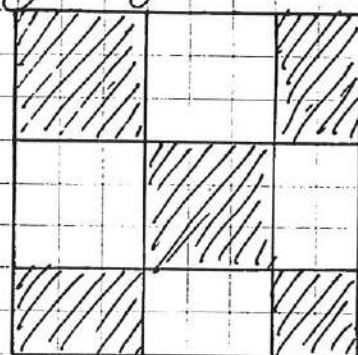
Заметим, что 2 клетки одного дуплета всегда будут раскрашены в разные цвета.

Всего на доске 30 белых и 34 чёрных клеток.

Значит, всего можно отметить 30 дуплетов ≤ 30 доказано

(4 чёрные клетки при этом остаются лишними).

Ответ: 30 дуплетов.



Кей примера
на 30 дуплетов

1.2 $|\sin \frac{11\pi}{24} x| = a$

Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, С1.
Условия задания переписывать не нужно.

3

Чистовик

Рассмотрим функцию $y = |\sin x|$. Её период равен π .

Тогда период функции $y = |\sin \frac{11\pi}{24} x|$ равен $\frac{\pi}{\frac{11}{24}} = \frac{24}{11} \pi$.

Значит, на интервале $[0; 24)$ будет 11 периодов этой функции.

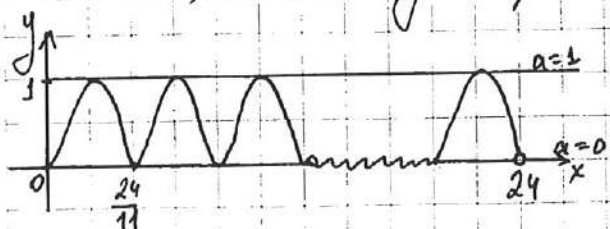


График функции (1) выглядит примерно так.

Тогда при $a=0$ и $a=1$ будет 11 корней;
при $a \in (0; 1)$ будет 22 корня.

Ответ: при $a=0, a=1$ - 11 корней; при $a \in (0; 1)$ - 22 корня.

11.4 Предположим, что $a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6} \in \mathbb{R}$, при этом условие $a=b=c=0$ не выполняется. Тогда пусть $a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6} = k$, $k \in \mathbb{R}$. Заметим, что всегда найдутся такие p, q и r такие, что

$$p\sqrt{2} + q\sqrt{3} + r\sqrt{6} = 0$$

$$p \in \mathbb{R}; q \in \mathbb{R}; r \in \mathbb{R}.$$

Возможны??

$$\frac{p}{r}\sqrt{2} + \frac{q}{r}\sqrt{3} = -\sqrt{6}$$

Для удобства обозначим $\frac{p}{r}$ как p_r , $\frac{q}{r}$ как q_r .

$$p_r\sqrt{2} + q_r\sqrt{3} = -\sqrt{6}$$

$$2p_r^2 + 3q_r^2 + 2\sqrt{6}p_rq_r = 6.$$

Но это возможно только при $p_rq_r = 0$.

$$\begin{cases} 2p_r^2 + 3q_r^2 = 6; \\ p_rq_r = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_r = 0; \\ q_r = \sqrt{2}; \\ q_r = 0; \\ p_r = \sqrt{3}. \end{cases}$$

Ни один из этих вариантов нам не подходит, т.к. $p_r \in \mathbb{R}$ и $q_r \in \mathbb{R}$.



Вариант

Бланк ответов №2

ака-18

Шифр

Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, С1.
Условия задания переписывать не нужно.

ЗР

4

Чистовик

Значит, наше предположение неверно. А значит, если для рациональных чисел a, b, c сумма $a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6}$ является рациональным числом, то $a = b = c = 0$.