



ШИФР

aka-39

(заполняется представителем Оргкомитета)

## Письменная работа

### Межрегиональная олимпиада школьников БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИ

по математике

(наименование общеобразовательного предмета)

Дата проведения 29 января 2024ФИО участника (полностью) Жутов Карим Маратович

Дата рождения \_\_\_\_\_

Класс 71Школа № МАУ, лицей-интернат "№2" район \_\_\_\_\_город Казань

**Особые отметки** (Заполняется представителем оргкомитета)  
о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

письменному заявлению после истечения времени,  
предусмотренного на подачу и рассмотрение апел-  
ляций по данному предмету.

#### Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист «Письменная работа», ставит дату и подпись.

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы.

Нельзя делать исправления карандашом.

**Внимание!** Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

(подпись участника олимпиады)

#### Правила поведения

Участник очного тура олимпиады обязан:

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

**Внимание.** Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады запрещается:

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

**Внимание.** За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполняющуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий.

Все виды шпаргалок изымаются и выдаются по



Вариант

## Бланк ответов №2

ака-39

Шифр

Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.  
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, С1.  
Условия задания переписывать не нужно.

1	2	3	4	5
+	+	+	+	-
20	20	20	20	4

Σ = 84

N3



Для прямоугольного Δ

$$r = \frac{a+b-c}{2}$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow 1) \begin{cases} a = 2k \\ b = 2m \end{cases} \Rightarrow c = 2n \Rightarrow \frac{a+b-c}{2} \in \mathbb{Z}$$

$$2) \begin{cases} a = 2k+1 \\ b = 2m \end{cases} \Rightarrow c = 2n+1 \Rightarrow \frac{a+b-c}{2} \in \mathbb{Z}$$

из 1, 2, 3, 4  $\Rightarrow$  утверждение  
доказано

$$3) \begin{cases} a = 2k \\ b = 2m+1 \end{cases} \Rightarrow c = 2n+1 \Rightarrow \frac{a+b-c}{2} \in \mathbb{Z}$$

$$4) \begin{cases} a = 2k+1 \\ b = 2m+1 \end{cases} \Rightarrow c = 2n \Rightarrow \frac{a+b-c}{2} \in \mathbb{Z}$$

N4

~~$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin^2 \alpha + \cos^2 \beta)$$~~ на перекрестки

~~$$0 \leq (\sin \alpha - \cos \beta)^2 = \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta \Rightarrow 2 \cos \beta$$~~

$$\Rightarrow \sin \alpha \cos \beta < \frac{1}{2} (\sin^2 \alpha + \cos^2 \beta)$$

$$\sin x_1 \cos x_2 + \sin x_2 \cos x_3 + \dots + \sin x_{100} \cos x_1 \leq$$

$$\frac{1}{2} (\sin^2 x_1 + \cos^2 x_2 + \sin^2 x_2 + \cos^2 x_3 + \dots + \sin^2 x_{100} + \cos^2 x_1) \leq$$

$$\leq \frac{1}{2} (\sin^2 x_1 + \cos^2 x_1 + \sin^2 x_2 + \cos^2 x_2 + \dots + \sin^2 x_{100} + \cos^2 x_{100}) = \frac{1}{2} \cdot 100 = 50$$

т. т. г.

Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.  
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, С1.  
Условия задания переписывать не нужно.

N1

$$\sin^4 x + 1 = \cos(\sqrt{3}x)$$



$$\sin^4 x + 1 \geq 1 \text{ т.к. } \sin^4 x \geq 0$$

$$\cos \sqrt{3}x \leq 1 \text{ т.к. } -1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

$$\Rightarrow \text{чтобы было равно} \Rightarrow \begin{cases} \sin^4 x + 1 = 1 \\ \cos(\sqrt{3}x) = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin^4 x = 0 \\ \cos \sqrt{3}x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos \sqrt{3}x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pi k & k \in \mathbb{Z} \\ \sqrt{3}x = 2\pi n & n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pi k & k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{2\pi n}{\sqrt{3}} & n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \pi k = \frac{2\pi n}{\sqrt{3}} \Rightarrow k = \frac{2n}{\sqrt{3}} \quad k \in \mathbb{Z} \quad n \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = 0$$

$$\text{т.к. если } n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{2n}{\sqrt{3}} \text{ целое только при } n=0$$

N2



$$y = x^2 \Rightarrow y' = 2x \Rightarrow \text{находим угловый коэффициент касательной}$$

$$OA = p \quad OB = -4p$$

$$\frac{-4p}{p} = 2x \Rightarrow x = -2$$

(рассмотрим касательную в заданную сторону)

$$\Rightarrow \text{точка касания } (-2; 4)$$

165

у-касательной

$$y - 4 = -4(x + 2) \Rightarrow y = -4x + 4$$

$$\Rightarrow A(-1; 0) \quad B(0; 4) \Rightarrow$$

$$\overline{AB} = \{1; 4\} \Rightarrow |AB| = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$$

Ответ:  $\sqrt{17}$

Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.  
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, С1.  
Условия задания переписывать не нужно.



№5  
Пусть

$$x(x+1)(x+2) = n \quad n \in \mathbb{Z} \Rightarrow x(x+1)(x+2) - n = 0$$

рассмотрим  $y = x(x+1)(x+2) - n$  это кубическая парабол  
пусть она пересекает ось  $Ox$  в точке  $x_0$

примем  $x_0 = \frac{m}{k}$   $m, k \in \mathbb{Z}$  (т.е.  $x_0$  - рациональное)  $\Rightarrow$   
 $m, k$  - взаимно простые

$$\Rightarrow \frac{m}{k} \left( \frac{m}{k} + 1 \right) \left( \frac{m}{k} + 2 \right) - n = 0 \Rightarrow \frac{m(m+k)(m+2k)}{k^3} = n$$

$$\Rightarrow m(m+k)(m+2k) = nk^3 \quad \text{но } m \nmid k, m+k \nmid k, m+2k \nmid k$$

$\Rightarrow$  либо  $n=0$  это не возможно т.к.  $x(x+1)(x+2)$   
не имеет

целочисленных корней по основной теореме Дирихле

либо  $k=1$ , но тогда

$$m(m+1)(m+2) = n \Rightarrow m = x_0 - \text{целое}$$