

ШИФР

07

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ-БУДУЩЕЕ НАУКИ

по Математике

в 11

классе

(наименование общеобразовательного предмета)

Фамилия И.О. участника

Марав Денис Александрович

ШИФР

27

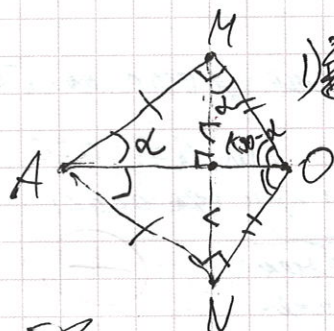
(заполняется сотрудником секретариата)

Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Сумма баллов	
-	+	+	+2	±	Σ
2	20	10	10	12	64

Заполняется проверяющим!

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

№ 11.1
Рассм. АОМN



1) по отрез. и впис. окр. АО-бисс. сА

~~по св-ву впис. окр. АО-бисс. сА~~

2) по св-ву впис. окр. (отр. кас)

MA = AN; MO = ON

OM ⊥ MA; ON ⊥ NA
(радиусы)
(отр. кас)

Рассм. М

3) Тогда Δ AMN - рб (поотр.), ⇒ АК-бисс. и выс. и мед.

4) Пусть $AK = a$; $AM = d$

Тогда $MN = 2a$; $AO = 4a$; $\angle MOK = 90^\circ - \alpha$

в трд МКО: $OM = \frac{a}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{a}{\cos \alpha}$

в ΔАОМ: $AO = \frac{MO}{\sin \alpha}$

Тогда: $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{4}$

поскольку $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, то $\sin \alpha < 1$, $\cos \alpha < 1$

к $\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha = \frac{1}{16}$; $t = \sin^2 \alpha$

$t^2 - t + \frac{1}{16} = 0$

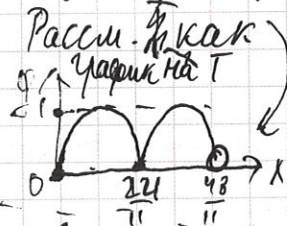
$\sin^2 \alpha = t = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\alpha = \arcsin \left(\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}} \right)$
 $\alpha = \arcsin \left(\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}} \right)$

$\angle A = 2 \cdot \arcsin \left(\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}} \right)$, либо $\angle A = 2 \cdot \arcsin \left(\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}} \right)$

№ 11.2

~~$f(x) = \sin(\frac{11\pi}{24}x)$~~ Рассм. $f(x) = \sin(\frac{11\pi}{24}x)$ 1) Поскольку ~~требуем~~ ~~указок~~ ~~получив~~ ~~терва~~
 ~~$T = 2\pi$~~ период $T = \frac{2\pi}{(\frac{11\pi}{24})} = \frac{48}{11}$ Рассм. ~~как~~ ~~график~~ ~~на~~ ~~T~~

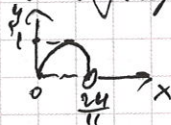


3) Тогда на $[0; 24)$ нарис. $\frac{24}{(\frac{48}{11})} = \frac{11}{2}$ периодов

На ~~целых~~ ~~периодах~~ при $a=0$ по 2 корня, а при $0 < a < 1$ по 4 корня
 $a=1$ — 2 корня

Значит при $a=0$ у уравнения более $2 \cdot 5 = 10$ корней, при $0 < a < 1$ более 20.

Тогда на ост. полуинтер. нарис. по 1 корню для $a=1$, $a=0$
 и два корня при $0 < a < 1$



Ответ: $a=1 \Rightarrow 11$ корней
 $a=0 \Rightarrow 11$ корней
 $0 < a < 1 \Rightarrow 22$ корня



№ 11.3

a) $x^2 y^2 < 2 - xy$

$t^2 < 2 - t$

$t^2 + t - 2 < 0$

$-2 < t < 1$

$-2 < xy < 1$

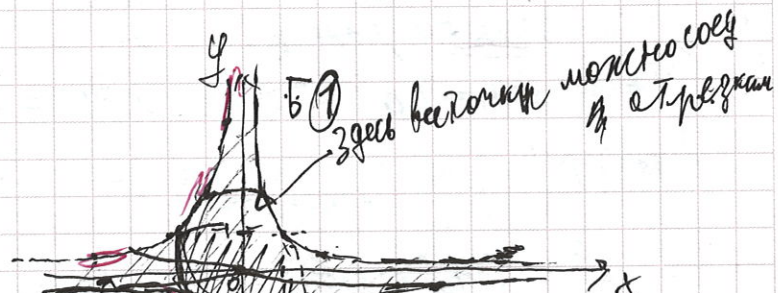
$\begin{cases} y > -\frac{2}{x} \\ y < \frac{1}{x} \end{cases}; \text{ при } x > 0$

$x=0$ (иначе ось Oy не входит)
 хотя вы с 1-мисл

$y < -\frac{2}{x}$

$\begin{cases} y < -\frac{2}{x} \\ y > \frac{1}{x} \end{cases}; \text{ при } x < 0$

так как этот отрезок лежит
 между ветвями гиперб. и осью.



б) для соедин. этих 2
 частей нужно...

Точки соединяемые отрезком, очевидно
 каждая "граница" множества
 ветвь. Δ
 на плоскости — гипербола,
 исходя из того факта, что 1) нет пересечения с
 осью координат.

любой отрезок гипер.
 одна координата лежит в Δ
 гиперб. поворотом
 на 180° (отн. $(0;0)$)
 по каждой точке можно соединить с началом
 координат, и следовательно любые точки
 множества соединимы с $(0;0)$, тогда
 все точки можно соединить ломаной из 2 звеньев, где Δ точка — это $(0;0)$

Все точки можно соединить ломаной из 2 звеньев, где Δ точка — это $(0;0)$

27

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать! Все листы вложить в папку «Письменная работа»!

№ 11.4

$$a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6} = k \quad k \in \mathbb{R}$$

$$a\sqrt{2} + b\sqrt{3} = k - c\sqrt{6}$$

$$2a^2 + 3b^2 + 2ab\sqrt{6} = k^2 + 6c^2 - 2kc\sqrt{6}$$

$$2a^2 + 3b^2 - k^2 - 6c^2 = -2\sqrt{6}(ab - kc)$$

Допустим, что $a = b = c = 0$ - неверно, тогда $k \neq 0$

$$\frac{2a^2 + 3b^2 - k^2 - 6c^2}{-2(ab - kc)} = \sqrt{6}$$

но если хотя бы одно из чисел a, b, c не равно 0
(кроме случая $a=0$ и $c=0$ тогда дроби не
возможны) $\left[\begin{matrix} a=0 \text{ и } c=0 \\ b=0 \text{ и } c=0 \end{matrix} \right]$ (тогда и $k \neq 0$)

1) ~~тогда~~ $\frac{1R}{1R} = \sqrt{6}$, что невозможно \rightarrow противореч.
средности.

2) $a=0; c=0; b \neq 0$
 $3b^2 = k^2$

$$\sqrt{3}b = k \text{ но если } b \neq 0$$

$$\sqrt{3} = \frac{1R}{1R} = 1R \rightarrow \text{противореч.}$$

3) $b=0; c=0; a \neq 0$
 $2a^2 = k^2$

$$\sqrt{2}a = k, \text{ но } a \neq 0$$

$$\sqrt{2} = \frac{1R}{1R} = 1R \rightarrow \text{противореч.}$$

Таким образом если хотя бы одно из $a, b, c \neq 0$, то
такое невозможно, значит $a = b = c = 0$ и т.д.

№ 11.5

1	2	1	2	1	2
2	3	2	3	2	3
1	2	1	2	1	2
2	3	2	3	2	3
1	2	1	2	I	I
2	3	2	3	II	II

Оставили для простоты
объяс.

— поле

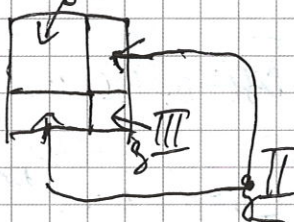
--- — ~~игров~~ зона действия пяти (пропуск игрового поля)

Диплом начин. в зоне с опред.
номером закончить в зоне с
той же цифрой

1	2	7	1	2	7	1	2	7
3	4	8	3	4	8	3	4	8
5	6	9	5	6	9	5	6	9

Так логично указать обобщен
карта

каждый квадрат 3x3 разобьют
таким образом



Каждый квадрат из 3. I по 9 штук в игровом
поле тогда на них по 4 диплома ($\frac{9}{2} = 4,5$, но диплома целая)
из зоны II по 6 цифр \Rightarrow по 3 диплома
из зоны III по 4 цифр \Rightarrow 2 диплома

Всего тогда $4 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 1 \cdot 2 = 30$ дипломов

Ответ: 30 шт.

это макс.
когда все
будет
30 дипломов

