



ШИФР

AT-10

(заполняется представителем Оргкомитета)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИпо математике Дата проведения 21.01.2024
(наименование общеобразовательного предмета)ФИО участника (полностью) Кравченко Тимур СергеевичДата рождения _____ СНИЛС _____
Класс 11Школа № СУНЧ НГУ район Советский город Новосибирск

Особые отметки (Заполняется представителем оргкомитета)
о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

Все виды шпаргалок изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени, предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.

Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист «Письменная работа», ставит дату и подпись.

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы.

Нельзя делать исправления карандашом.

Внимание! Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

(подпись участника олимпиады)

Правила поведения

Участник очного тура олимпиады обязан:

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

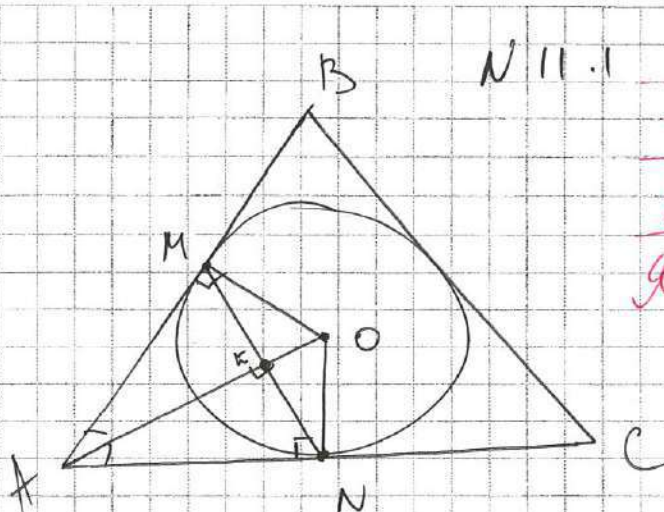
Внимание: Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады запрещается:

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполнявшуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий.

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!



1	2	3	4	5	Σ
+	+	+	+	0	
20	12	12	12	0	56
20	12	12	12	0	56

$AM = AN$ (~~кас.~~ кас. из одной точки)

$MO = ON$ (радиусы)

AO - δ ис (т.к. O - центр)

$\triangle AMN = \text{р/б}$ *какой?*

AK - δ ис, вис, мед

$MK = KN \Rightarrow OK$ - мед $\triangle MON$

$\triangle MON$ - $\text{р/б} \Rightarrow OK$ - вис, мед, δ ис

$OM \perp AB$ (радиус и кас)

$ON \perp AC$ (радиус и кас)

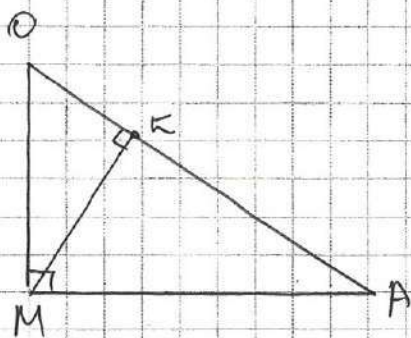
Пусть $AO = 4x$, тогда

$$MN = 2x, \text{ т.к. } MK = KN = \frac{MN}{2}$$

$$MK = x$$

Рассмотрим $\triangle AMO$

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!



$$AO = 4x$$

$$MK = x$$

$$MK = \sqrt{OK \cdot KA}$$

Пусть ~~$MK = x$~~ ; $OK = m$; $KA = n$

$$\begin{cases} m + n = 4x \\ m \cdot n = x^2 \end{cases}$$

$$m(4x - m) = x^2$$

$$m^2 - 4xm + x^2 = 0 \quad / : x^2 \neq 0$$

$$\left(\frac{m}{x}\right)^2 - 4\frac{m}{x} + 1 = 0$$

$$\frac{m}{x} = t$$

$$t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$t = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$t = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$m = (2 \pm \sqrt{3})x$$

$$1) \begin{cases} m = (2 + \sqrt{3})x \\ n = (2 - \sqrt{3})x \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} m = (2 - \sqrt{3})x \\ n = (2 + \sqrt{3})x \end{cases}$$

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать!

1)

$$OK = (2 + \sqrt{3})x$$
$$AK = (2 - \sqrt{3})x$$
$$\operatorname{tg} \angle KAN = \frac{KN}{AK} = \frac{x}{(2 - \sqrt{3})x} = 2 + \sqrt{3}$$
$$\angle KAN = \arctg(2 + \sqrt{3})$$
$$\angle A = 2 \angle KAN = \underline{2 \arctg(2 + \sqrt{3})}$$

2)

$$AK = (2 + \sqrt{3})x$$
$$OK = (2 - \sqrt{3})x$$
$$\operatorname{tg} \angle KAN = \frac{KN}{AK} = \frac{x}{(2 + \sqrt{3})x} = 2 - \sqrt{3}$$
$$\angle A = 2 \arctg(2 - \sqrt{3})$$

Ответ: $2 \arctg(2 + \sqrt{3})$; $2 \arctg(2 - \sqrt{3})$

+

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать!

N 11.3(a)

a) $x^2 y^2 < 2 - xy$

$$x^2 y^2 + xy - 2 < 0$$

$$xy = t$$

$$t^2 + t - 2 < 0$$

$$(t-1)(t+2) < 0$$

$$t \in (-2; 1)$$

$$-2 < xy < 1$$

$$\begin{cases} xy < 1 \\ xy > -2 \end{cases}$$

1) $x \geq 0$

$$\begin{cases} y < \frac{1}{x} \\ y > -\frac{2}{x} \end{cases}$$

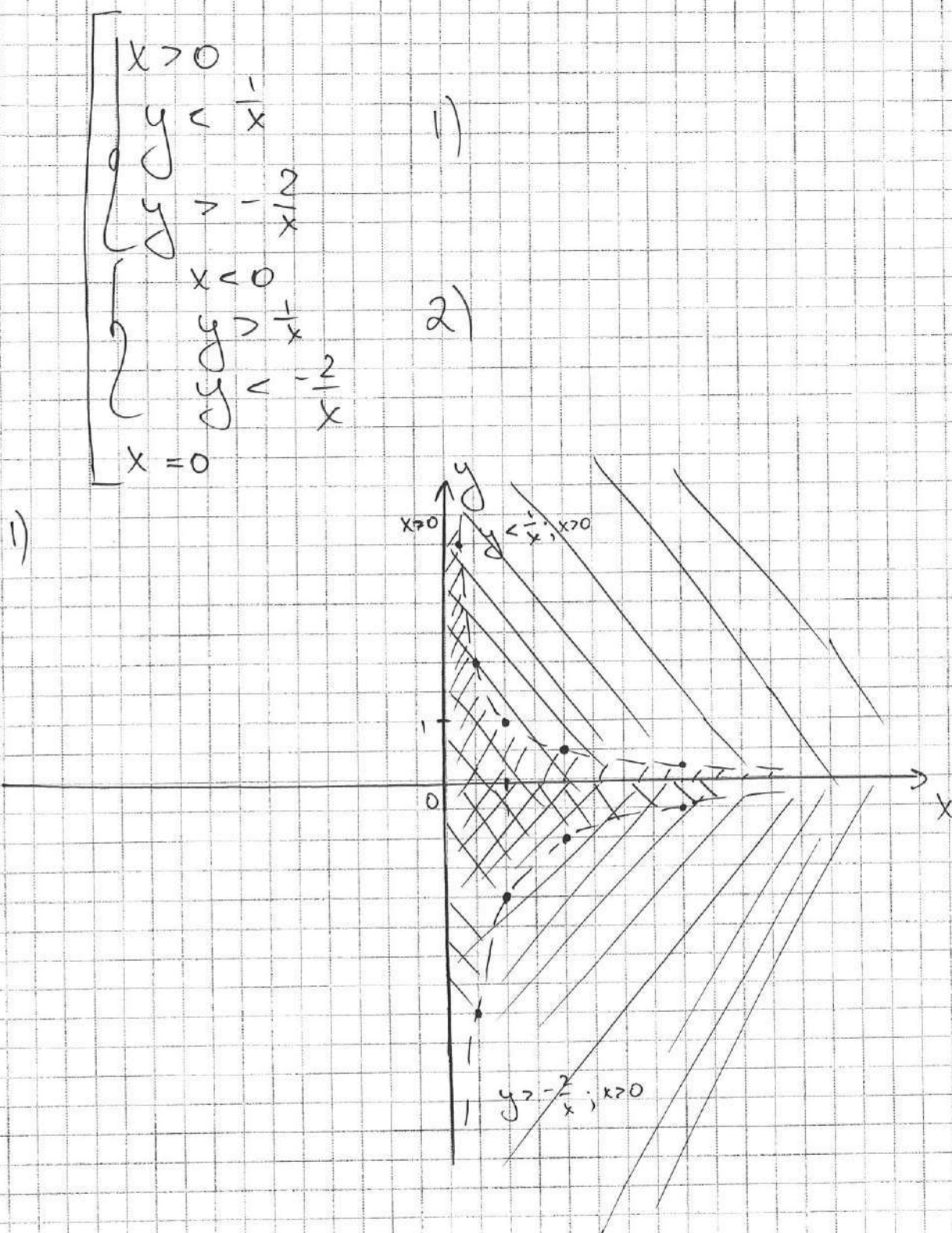
2) $x < 0$

$$\begin{cases} y > \frac{1}{x} \\ y < -\frac{2}{x} \end{cases}$$

3) $x = 0$

$$\begin{cases} 0 < 1 \\ 0 > -2 \end{cases} \text{ верно}$$

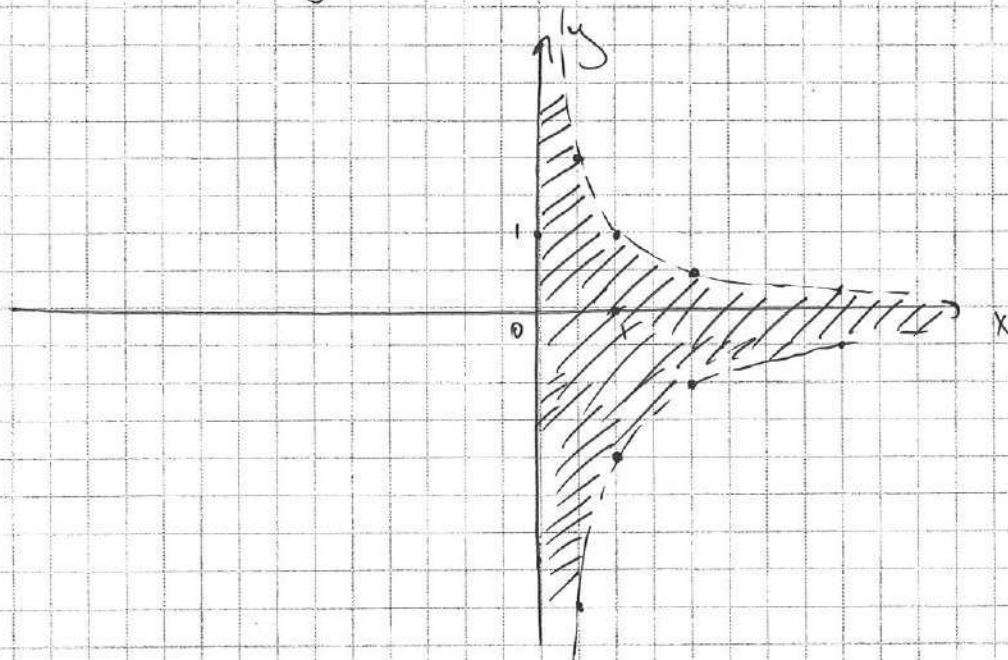
Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!



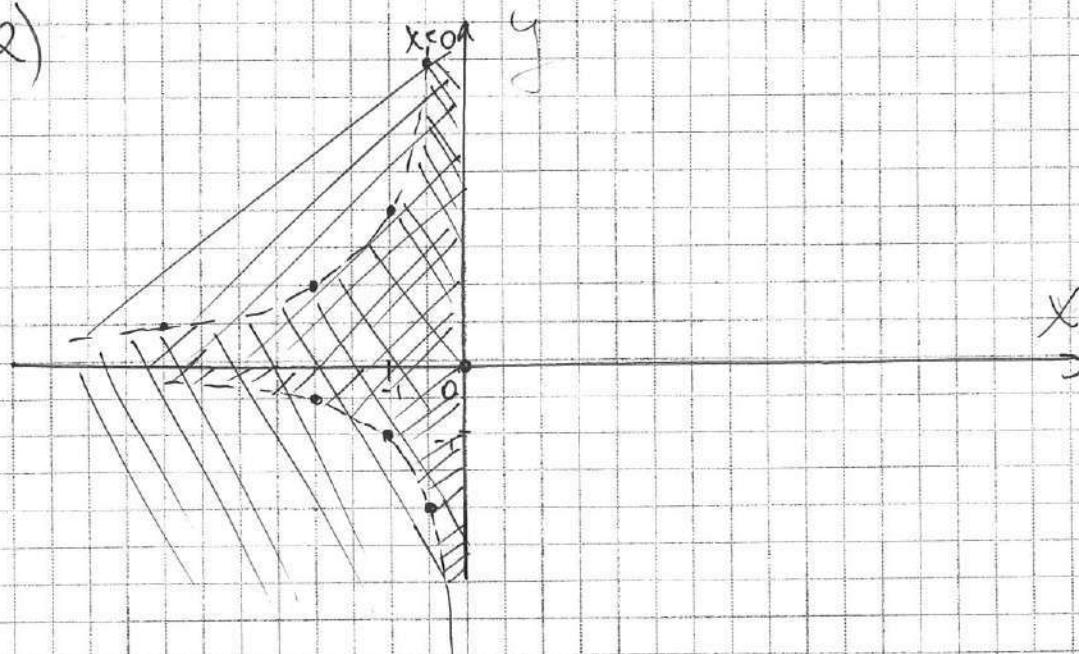
ШИФР AT-10
(заполняется сотрудником секретариата)

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать!

Чтоо где 1)

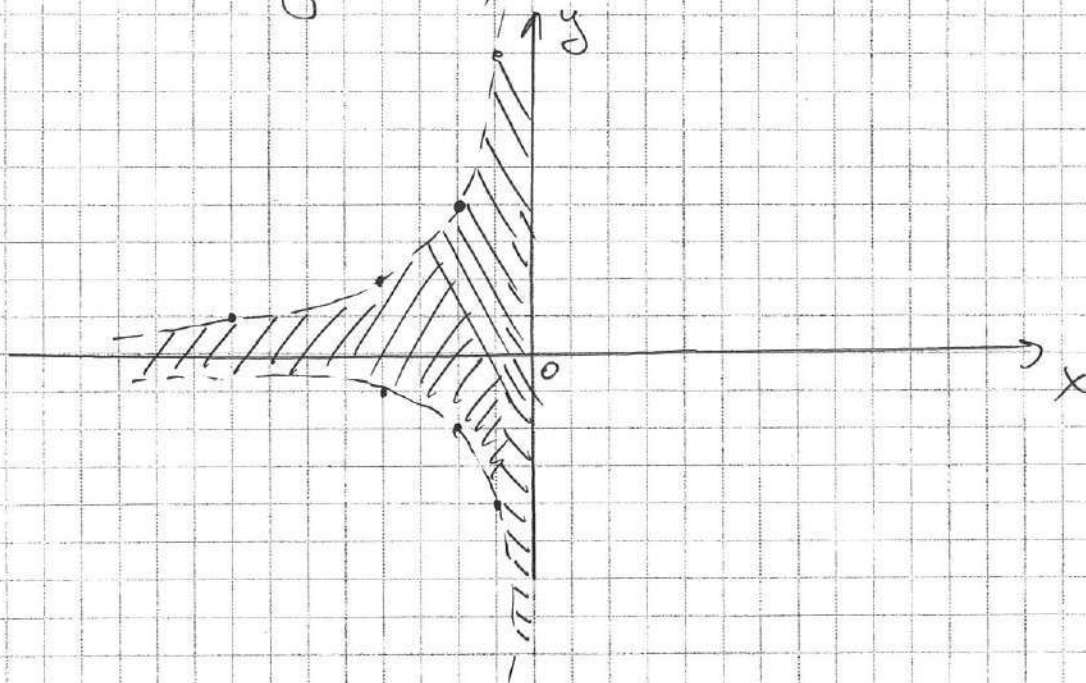


2)

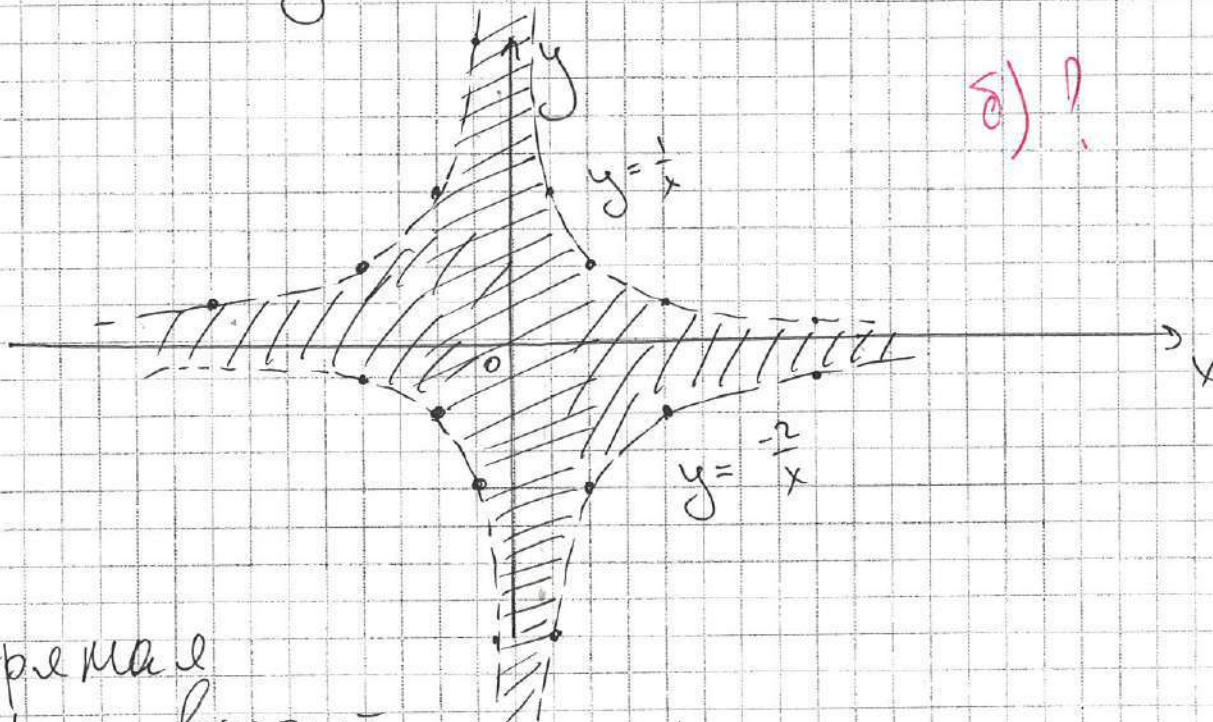


Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!

Чтого где 2)



Чтого где 1) ; 2) 3)



(!) Прямая
 $x=0$ входит

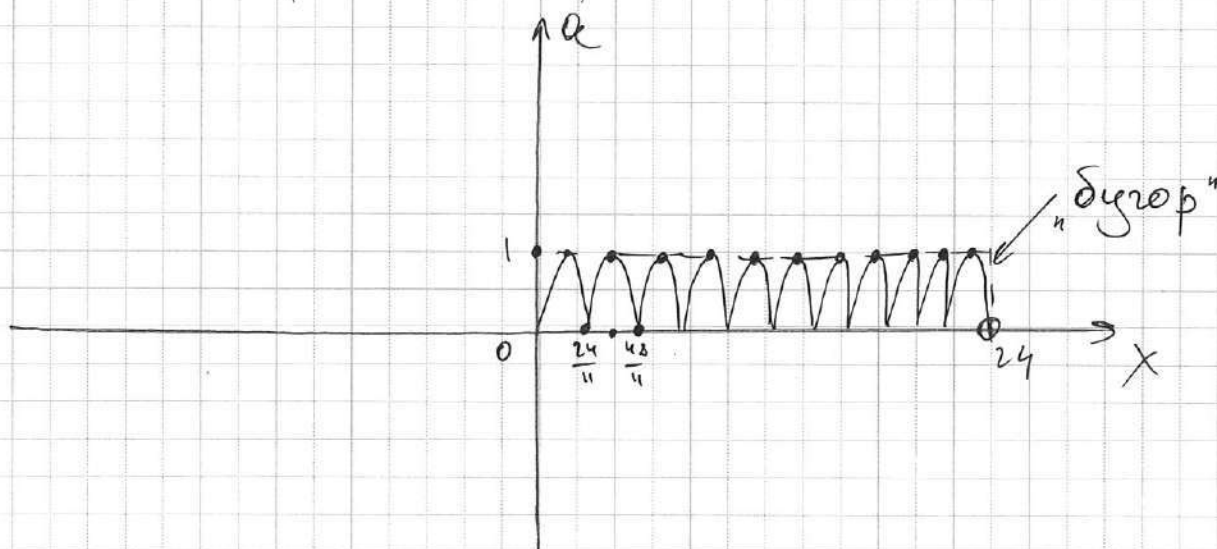
Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!

N 11.2

$$\left| \sin \frac{11\pi x}{24} \right| = a \quad x \in [0; 24)$$

$$a \in [0; 1]$$

Схематично
изобразим график, найдем ключевые точки
 $x=24: \left| \sin \frac{11\pi \cdot 24}{24} \right| = \sin \pi = 0$



~~Функция~~ \sin Наименьший период
 ~~π~~ $\left| \sin \frac{11\pi x}{24} \right|$ π -и $\left| \sin \frac{11\pi x}{24} \right|$ $T = \frac{24}{11} \Rightarrow$
Количество "бугров" $k = \frac{24}{\frac{24}{11}} = 11$

Прямая $a=1$ пересекает "бугор" \Rightarrow
"бугор" единоразы \Rightarrow

при $a=1$ 11 решений

при $a \in (0; 1)$ 22 решения т.к.
горизонтальная прямая пересекает

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!

каждый "бугор" дважды

при $a=0$ прямая $a=0$ пересекает
каждый "бугор" дважды, но один из
"бугров" пересекается в вершине точки
 a значит $(22-1) = 21$ решений

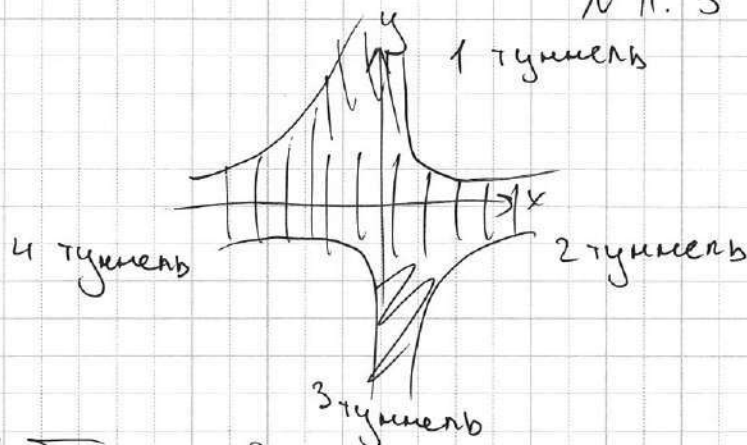
Ответ

$a=1$ 11 реш

$a \in (0; 1)$ 22 реш

$a=0$ 21 реш

Итого



Чтобы добраться из

2 \rightarrow 3 туннель или

2 \rightarrow 1 или 4 \rightarrow 3 или

4 \rightarrow 1 Итого

из точки во 2 туннеле или 4 туннеле
провести перпендикуляр к прямой $x=0$,

Чтобы добраться
из 1 \rightarrow 2
туннель или
из 1 \rightarrow 3 тун-
нель достаточно
провести прямую
соед. мушиные точ-
ки

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!

затем из основания перпен. провести
прямую по второй точке

Чтобы доказать из $1 \rightarrow 2$; $1 \rightarrow 4$;
 $3 \rightarrow 4$; $3 \rightarrow 2$ необходимо провести
перпен к прямой $y=0$, затем из
основания перпен провести прямую
соед. вторую точку (находящуюся
или в 4 или в 2 зависимости)

N 11.4

Пусть

$$a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6} = k, \text{ где } k \in \mathbb{Q}$$

$$2a^2 + 3b^2 + 6c^2 - 2\sqrt{6}ab + 2\sqrt{18}bc + 2\sqrt{12}ac$$

$$2\sqrt{6}ab + 2\sqrt{18}bc + 2\sqrt{12}ac \in \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{2}(\sqrt{3}ab + 3bc + \sqrt{6}ac) \in \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{2}(\sqrt{3}a(b + \sqrt{2}c) + 3bc) \in \mathbb{Q}$$

$$b + \sqrt{2}c = \frac{k - a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{2}\left(\sqrt{3}a \cdot \frac{k - a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + 3bc\right) \in \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{2}(ak - a^2\sqrt{2} + 3bc) \in \mathbb{Q}$$

Фамилию, имя, отчество **НЕ** писать! Лист **НЕ** подписывать!

$$\sqrt{2} ak - \cancel{2a^2} + 3\sqrt{2} bc \in \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{2} ak + 3\sqrt{2} bc \in \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{2} (ak + 3bc) \in \mathbb{Q}$$

$$ak + 3bc \in \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Упрач} \cdot \text{Рач} = \text{Упрач} \quad (\text{Рач} \neq 0) \end{array} \right.$$

??



$$ak + 3bc = 0$$

$$ak = -3bc$$

$$k = -\frac{3bc}{a}$$

$$a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6} = -\frac{3bc}{a}$$

$$a^2\sqrt{2} + ab\sqrt{3} + ac\sqrt{6} + 3bc = 0$$

что дальше?

ШИФР аТ-10
(заполняется сотрудником секретариата)

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать!

№ 11.2

$$\left| \sin \frac{11\pi x}{24} \right| = a; \quad x \in [0; 24)$$

$a \in [0; 1]$

Схематично
изобразим график

