



ШИФР

AT-39

(заполняется представителем Оргкомитета)

## Письменная работа

### Межрегиональная олимпиада школьников БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИ

по математике Дата проведения 21.01.2024  
(наименование общеобразовательного предмета)ФИО участника (полностью) Будяев Никита ОлеговичДата рождения \_\_\_\_\_ СНИЛС \_\_\_\_\_  
Класс 11Школа № лицей при ТПУ район Кировский город Томск

**Особые отметки** (Заполняется представителем оргкомитета)  
о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

*Все виды шпаргалок изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени, предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.*

#### Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист «Письменная работа», ставит дату и подпись.

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы.

Нельзя делать исправления карандашом.

**Внимание!** Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

#### С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

(подпись участника олимпиады)

#### Правила поведения

Участник очного тура олимпиады обязан:

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

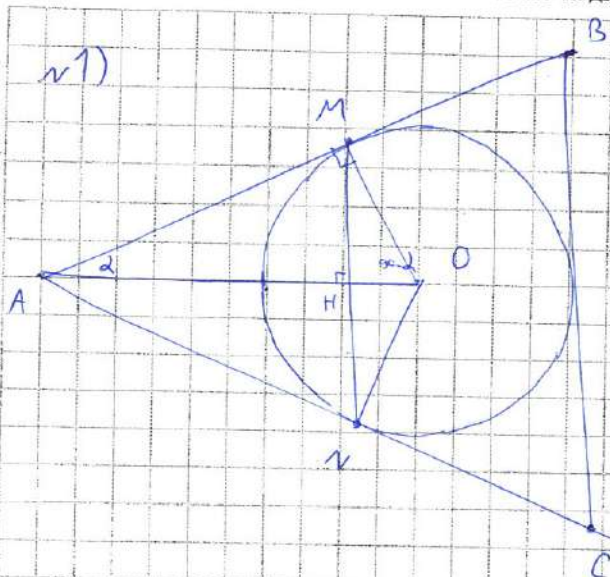
**Внимание.** Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады запрещается:

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

**Внимание.** За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполняющуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий.

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!



1) AMON- dreieck  $\Rightarrow$   
 $AO \perp MN, MO = NO$

2) Тільки  $\angle MAC = \angle$ ,  $\text{marg}$   
 $\text{uz} \angle AMC, \angle M = 90^\circ, \angle ACM = 90^\circ$

3)  $\sin d = \frac{MO}{AO}$  ( $\triangleq AMO$ )  
 $\sin (90-d) = \frac{MH}{MO} = \cos d$   
 ( $\triangleq MHO$ )

4)  $\begin{cases} \sin \alpha = \frac{MO}{AO} = \frac{MO}{2MN} \text{ (no yacobuso)} \\ \cos \alpha = \frac{MH}{MO} = \frac{MN}{2MO} \text{ (uz 1 yuxuma)} \end{cases} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ 2\alpha = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{cases} \quad \begin{cases} 2\alpha = \frac{\pi}{6} + \pi k \\ 2\alpha = \frac{5\pi}{6} + \pi k \end{cases}$$

$$2\alpha = \angle BAC \Rightarrow 2\alpha = 30^\circ$$

Omgebung:  $30^{\circ}$ ;  $150^{\circ}$

1	2	3	4	5	$\Sigma$
+	+	+	-	-	
20	19	10	0	4	63

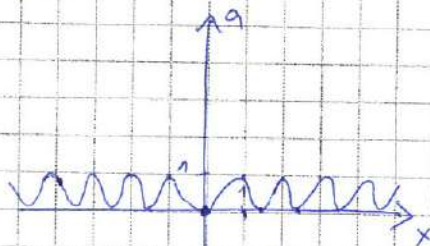
~~Left ally - 14/10~~

*[Handwritten signatures]*



Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!

11.2) Построим график функции  $a = \left| \sin \frac{11\pi}{24} x \right|$ .  
График этой функции можно получить из графика  $a = \sin x$  ставим вдоль  $Ox$  в  $\frac{11\pi}{24}$  раз и отражаем отрицательную часть графика в вертикальную ось.



Найдем точки экстремумов:

1) максимумы:  $\sin^2 \frac{11\pi}{24} x = 1 \Rightarrow 1 - \cos \frac{11\pi}{12} x = 2 \Rightarrow \cos \frac{11\pi}{12} x = -1$

$$x = \frac{12}{11} + \frac{24}{11} K, \quad x \in [0, 24) \Rightarrow 0 \leq \frac{12}{11} + \frac{24K}{11} < 24 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq K < \frac{23}{24}$$

$$\Rightarrow K \in [0; 10] \rightarrow 11 \text{ максимумов}$$

2) минимумы:  $\sin \frac{11\pi}{24} x = 0 \Rightarrow x = \frac{24K}{11} \Rightarrow 0 \leq \frac{24K}{11} < 24$

$$\Rightarrow K \in [0; 10] \rightarrow 11 \text{ минимумов}$$

Значит, если  $a = 0$  или  $a = 1$  - будет 11 корней.

В случае, если  $a \in (0, 1)$ , т.к.  $a = \left| \sin \frac{11\pi}{24} x \right|$  - периодическая  $f = \left| \sin \frac{11\pi}{24} x \right|$

функция с  $T_0 = \frac{24}{11}\pi$  и  $\left| \sin \frac{11\pi}{24} x \right| = a$  - имеет  $2k$  и

$$f(24) = 0$$

на  $[0; \frac{24}{11}\pi]$  значит всего корней будет

$$2 \cdot \left[ 24 \cdot \frac{11\pi}{24\pi} \right] = 22 \quad (\text{ведь на последней промежутке } x \in [\frac{24 \cdot 10}{11}, \frac{24 \cdot 11}{11}) \rightarrow 2k)$$

Ответ:

$$a = 0, 11 \rightarrow 11k$$

$$a \in (0, 1] \rightarrow 22k$$



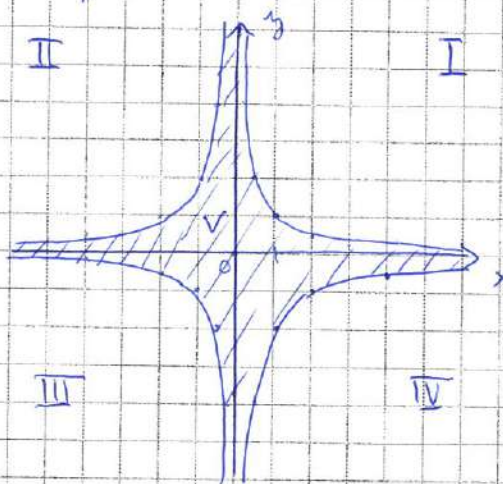
Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!

3)  $x^2y^2 < 2 - xy$

$$x^2y^2 + xy - 2 < 0$$

$$(xy - 1)(xy + 2) < 0$$

Изобразим нули выражения



Методом пробной точки определим знаки в областях:

I: (1, 2)  $> 0$     III: (-2, -2)  $> 0$     V (0, 0)  $< 0$

II: (-2, 2)  $< 0$     IV: (2, -2)  $> 0$

Значит нам подходит область между гиперболами.

б) Понятно, что любую точку из множества A можно соединить с т. (0, 0) одним звеном, а значит соединив 2 любые точки из A с (0, 0), мы соединим их ланкамай из двух звеньев



Фамилию, имя, отчество НЕ писать! Лист НЕ подписывать!

~ 5) Ответ: 30

Пример:

1	4	7	10	13	16	19	22
2	5	8	11	14	17	20	23
3	6	9	12	15	18	21	24
4	1	4	7	10	13	16	19
5	2	5	8	11	14	17	20
6	3	6	9	12	15	18	21
7	25	26	27	28	29	30	
8	28	29	30	28	29	30	

Только пример

Оценка: дана тем по induction, что в квадрате  $2^n \times 2^n$  будет всего  $\frac{n^2-4}{2}$  дилемм

База induction:  $2 \times 2$



$$\frac{4-4}{2} = 0$$

Переход:

Квадрат  $2^n \times 2^n$  можно разбить на 4

квадрата  $2^{n-1} \times 2^{n-1}$ , в каждом из которых по предположению induction осталась 4

свободные клетки, которые образуют

квадрат  $2 \times 2$ , в котором по предположению останется 4 свободные клетки, а значит

и во всем квадрате останется 4 свободные клетки, а дилемм будет  $\frac{n^2-4}{2}$

почему ???



ШИФР

AT-39

(заполняется сотрудником секретариата)

Фамилию, имя, отчество **не** писать! Лист **не** подписывать!

11.4)  $a\sqrt{2} + b\sqrt{3} + c\sqrt{6} = \pm\sqrt{2a^2} \pm \sqrt{2b^2} \pm \sqrt{6c^2}$

(в зависимости от знаков  $a, b, c$ )