

Межрегиональная олимпиада школьников  
«Будущие исследователи — будущее науки»

**МИКРООПТИКА: МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛЁНОЧНЫХ ПОКРЫТИЙ  
НА ЯЗЫКЕ ПРОГРАММИРОВАНИЯ PYTHON**

**Секция: Физика**

Научный руководитель - Видякина Наталья Борисовна, учитель физики  
МБОУ «Гимназии № 2».

(ученая степень, звание, должность) \_\_\_\_\_  
(подпись) \_\_\_\_\_ Видякина Н.Б. \_\_\_\_\_  
(расшифровка подписи)

Количество баллов,  
полученных на защите \_\_\_\_\_  
(заполняется председателем жюри)

Председатель жюри \_\_\_\_\_  
(подпись) \_\_\_\_\_ Дусеина В.Н. \_\_\_\_\_  
(расшифровка подписи)

Работу выполнил  
учащийся 10 класса

Муниципального бюджетного  
общеобразовательного  
учреждения «Гимназия № 2»  
города Сарова

(полное наименование учебного заведения)

город Саров  
(название населенного пункта)

Егоров Алексей Игоревич

(Ф.И.О. учащегося ПОЛНОСТЬЮ)

**Саров  
2025 год**

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ. ФИЗИКА ПЛЁНОЧНЫХ ПОКРЫТИЙ.....	6
1.1 Обзор литературы. Анализ источников .....	6
1.2 Материалы плёночных покрытий.....	7
1.3 Интерференция света. Физика отражения и преломления световой волны	9
ГЛАВА 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛЁНОЧНЫХ ПОКРЫТИЙ.....	17
2.1 Описание программы.....	17
2.2 Анализ полученных зависимостей.....	30
2.3 Анализ истинности гипотезы.....	39
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	45
Список литературы .....	48

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **Актуальность**

В настоящее время оптические технологии находятся на острие науки. Световые и оптические явления встречаются повсюду. Оптическое оборудование играет все более значимую роль в современном мире, обеспечивая передачу и обработку оптических сигналов в различных областях. Оптические технологии, такие как оптические волокна и приборы, открывают широкие возможности в области телекоммуникаций, медицины, науки, промышленности и других сферах деятельности [3]. Зеркала с высоким коэффициентом отражения, а также полупрозрачные просветляющие зеркала востребованы как в лазерной, так и в военной промышленности. Активно разрабатываются антибликовые линзы и линзы с низким процентом искажения для создания более совершенных объективов фотоаппаратов, видеокамер и телескопов. Всё это возможно благодаря технологичным плёночным покрытиям, расширяющим возможности современной оптики.

Покрытия все чаще становятся неотъемлемой частью очковых линз, значительно расширяя их потребительские свойства. Современные многофункциональные покрытия обеспечивают высокое качество зрения и комфорт при ношении очковых линз, обладают определенной эстетической ценностью и легкостью в уходе за ними. Кроме того, покрытия значительно увеличивают срок эксплуатации очков, что немаловажно при нынешней дороговизне фирменных очковых линз. Поэтому технология нанесения на очковые линзы различных покрытий интенсивно развивается, улучшая оптические и механические свойства линз [7].

### **Проблема**

Для разработки оптических многослойных плёночных покрытий требуются знания о свойствах и поведении различных материалов в оптике.

Также необходимо исследовать особенности каждой уникальной плёночной структуры и на основе лабораторных экспериментов улучшать уже существующие и эффективные экземпляры. Однако в этом случае нередко возникает проблема, связанная с отсутствием необходимого для данной работы оборудования у желающих заниматься такой научной работой. Именно поэтому наиболее доступным и относительно быстрым методом разработки многослойных плёночных покрытий мы считаем компьютерное моделирование, позволяющее работать с плёночными структурами, не выходя из дома. Кроме того в сети Интернет недостаточно данных о свойствах комбинаций слоёв покрытий.

### **Цель работы**

Разработка плёночных покрытий, состоящих из различных материалов, толщин и комбинаций слоёв для отражения волн определённого диапазона электромагнитного излучения с помощью программы на языке программирования Python.

**Задачи работы,** которые требуется решить в ходе реализации цели:

1. Изучить различные источники информации на тему оптических явлений и роли плёночных покрытий в оптике. Изучить оптические свойства веществ [16] и формулы Огюстена Жана Френеля о преломлении и отражении света [12].
2. Создать программу на языке программирования Python [1], моделирующую структуру многослойных плёночных покрытий и определяющую их оптические возможности и свойства.
3. Протестировать программу, проанализировать график зависимости коэффициента отражения разработанных плёночных покрытий от длины волны в нанометрах.

### **Объект исследования**

Просветляющие и высокоотражающие плёночные покрытия.

### **Предмет исследования**

Оптические свойства комбинаций слоёв разных толщин и материалов в покрытиях.

При выполнении научно-исследовательской работы были использованы такие **методы исследования**, как анализ, сравнение, моделирование, тестирование и обобщение.

**Теоретическая значимость проекта** заключается в использовании выявленных оптических свойств комбинаций плёночных структур при анализе физических явлений.

В свою очередь **практическая значимость** состоит в применении созданной программы и комбинаций покрытий в лабораторных условиях.

### **Гипотеза**

При увеличении толщины слоёв пленочных покрытий на одну определённую величину при прочих неизменных параметрах кривая графика смещается вправо по оси длин волн электромагнитного излучения от начала координат. При уменьшении толщины слоёв пленочных покрытий на одну определённую величину кривая графика смещается влево по оси длин волн электромагнитного излучения от начала координат.

# ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ. ФИЗИКА ПЛЁНОЧНЫХ ПОКРЫТИЙ

## 1.1 Обзор литературы. Анализ источников

История оптических покрытий начинается в 19 веке, когда Йозеф Фраунгофер, немецкий физик, оптик и изобретатель, открыл эффект просветления при нанесении слоя плёнки на стекло. Современные оптические покрытия широко применяются в электронно-оптических изделиях, при этом они должны отвечать таким требованиям к эксплуатационным характеристикам и специальным свойствам, как сверхнизкое поглощение для обнаружения гравитационных волн, что также используется в датчиках систем визуализации нового поколения [6].

Исходя из похожей версии, считается, что первоначально концепция антирефлексного покрытия линз была предложена в 1880 году. Впервые оно наблюдалось на практике в 1886 году, когда было отмечено, что потускневшее со временем оптическое стекло обеспечивает бóльшую светопрозрачность по сравнению с новым. В 1935 году немецкая компания Carl Zeiss выпустила первое интерференционное антирефлексное покрытие. Поверхностные отражения уменьшаются за счет нанесения на обе поверхности линзы тонкой пленки из прозрачного материала, толщина которой должна составлять 0,25 длины волны падающего света при более низком показателе преломления, чем у линзы. Чтобы добиться этого при использовании кронового стекла, отличающегося высокими показателями дисперсии, на поверхность линзы наносится один тонкий слой фторида магния [10].

В общем и целом, модернизация оптических приборов интересовала многих учёных и изобретателей. В начале XX века и позднее оптические возможности инновационных плёночных покрытий стремительно расширялись. Несомненно, работа над ними продолжается и в настоящее время.

## 1.2 Материалы плёночных покрытий

Существует множество материалов, которые используются в научной среде при создании оптических плёночных покрытий. Первое, на что требуется опираться при выборе материала плёнки, это её показатель преломления. Он зависит от нескольких факторов, таких как строение и состав вещества, давление и температура, при которой оно находится, агрегатного состояния вещества, типа химической связи и плотности [11]. Кроме того, оптические постоянные диэлектрических плёнок и полупроводниковых материалов, над которыми проводится исследование, зависят и от способа получения данных плёночных покрытий, а именно ТИ - термического испарения; ТРИ - термического реактивного испарения; ЭЛИ - электронно-лучевого испарения; КР - катодного распыления; ВР - высокочастотного распыления; МР - магнетронного распыления; ОР - осаждения из растворов. Оптические особенности химических веществ, используемых чаще остальных в создании плёночных покрытий, приведены в таблице ориентировочных показателей (см. таблицу 1) [15].

Таблица 1 - Оптические особенности химических веществ

Плёночный материал	Способ получения	Область прозрачности, мкм	Показатель преломления $n$ в интервале длин волн от $\lambda_1$ до $\lambda_2$ , мкм		Показатель поглощения $\kappa$ на длине волны $\lambda$ , мкм	
			$n$	$\lambda_1 - \lambda_2$	$\kappa$	$\lambda$
$\text{Na}_3\text{AlF}_6$	ТИ, ЭИ	0,2—14	1,37—1,32	0,2—2	—	—
$\text{MgF}_2$	ТИ, ЭИ	0,11—10	1,40—1,32	0,25—2	$6,0 \cdot 10^{-6}$	1,06
$\text{ThF}_4$	ТИ	0,2—15	1,57—1,5	0,25—2	$9,0 \cdot 10^{-5}$	0,52
					$2,0 \cdot 10^{-6}$	1,06
$\text{CeF}_3$	ТИ	0,3—5	1,69—1,59	0,25—2	$5,0 \cdot 10^{-6}$	0,52
$\text{LaF}_3$	ТИ, ЭИ	0,22—2	1,65—1,57	0,25—2	—	—
$\text{NaF}_3$	ТИ, ЭИ	0,22—2	1,68—1,58	0,25—2	$1,0 \cdot 10^{-3}$	0,25
$\text{PbF}_2$	ТИ	0,24—20	1,75—1,7	0,55—1	—	—
$\text{SiO}_2$	ЭИ, КР, ВР, МР, ОР	0,2—8	1,46—1,44	0,4—1,6	$2,0 \cdot 10^{-6}$	1,06
					$1,5 \cdot 10^{-5}$	0,52
$\text{Al}_2\text{O}_3$	ЭИ, КР, МР, ВР	0,20—11	1,65—1,57	0,5—1,6	$8,0 \cdot 10^{-6}$	1,06
					$2,3 \cdot 10^{-5}$	0,52
$\text{U}_2\text{O}_3$	ЭИ, ТИ	—	1,95—1,77	0,25—2	$4,0 \cdot 10^{-3}$	0,25
$\text{HfO}_2$	ЭИ, КР	0,25—9	2,31—1,97	0,25—2	$1,6 \cdot 10^{-3}$	0,25
$\text{ZrO}_2$	ЭИ, КР	0,25—9	2,32—1,98	0,25—2	$1,0 \cdot 10^{-2}$	0,25

Продолжение таблицы 1

Пленочный материал	Способ получения	Область прозрачности, мкм	Показатель преломления $n$ в интервале длин волн от $\lambda_1$ до $\lambda_2$ , мкм		Показатель поглощения $k$ на длине волны $\lambda$ , мкм	
			$n$	$\lambda_1 - \lambda_2$	$k$	$\lambda$
CeO <sub>2</sub>	ТИ, ЭИ	0,46—2	2,52—1,92	0,4—2	—	—
Ta <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	ЭИ, КР	0,3—2	2,50—2,06	0,25—2	$8,0 \cdot 10^{-3}$	0,3
TiO <sub>2</sub>	МР, ВР, ОР	0,4—3	2,55—2,1	0,4—1,5	$2,5 \cdot 10^{-4}$	1,06
	ТРИ, ЭИ, КР, МР, ОР				$7,5 \cdot 10^{-1}$	0,52
ZnS	ТИ, ЭИ	0,38—25	2,35—2,2	0,4—5	$3,0 \cdot 10^{-6}$	1,06
					$2,7 \cdot 10^{-4}$	0,52
ZnSe	ТИ	0,6—15	2,6—2,3	0,5—2	—	—
Si	ТИ, ЭИ	1,1—9	3,4	3	—	—
Ge	ТИ, ЭИ	1,7—23	4,4	2	—	—
PbTe	ТИ, ЭИ	3,5—20	5,6	1—8	—	—
CdTe	ТИ, ЭИ	0,96—28	2,7	1—8	—	—

Обозначения. ТИ — термическое испарение; ТРИ — термическое реактивное испарение; ЭИ — электронно-лучевое испарение; КР — катодное распыление; ВР — высокочастотное распыление; МР — магнетронное распыление; ОР — осаждение из растворов.

По большому счёту, среди диэлектриков с относительно низкими показателями преломления в качестве просветляющих плёночных покрытий выделяются оксиды, например: SiO<sub>2</sub> (диоксид кремния) и Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (оксид алюминия), фториды: MgF<sub>2</sub> (фторид магния), CaF<sub>2</sub> (фторид кальция), BaF<sub>2</sub> (фторид бария) и PbF<sub>2</sub> (фторид свинца II). Плёнки с относительно высоким показателем преломления часто содержат структуры из сульфидов, например, ZnS (сульфид цинка), а также из полупроводниковых материалов, в особенности теллуридов: PbTe (теллурид свинца II) и CdTe (теллурид кадмия). В научно-исследовательской работе будет проводиться изучение свойств многослойных плёночных покрытий, состоящих из материалов различного оптического потенциала, то есть из слоёв с достаточно большим разбросом показателей преломления. Исследуемыми материалами станут менее преломляющие MgF<sub>2</sub> (фторид магния), PbF<sub>2</sub> (фторид свинца II), Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (оксид алюминия), ZrO<sub>2</sub> (оксид циркония IV), и более преломляющие ZnS (сульфид цинка) и CdTe (теллурид кадмия).

Следует отметить то, что использование плёнок в оптике начиналось с самых простых плёночных покрытий, состоящих из очень тонких слоёв



металлов, которые наносили на отражающие поверхности. Используемыми металлами были алюминий, серебро и золото. Зеркало – своего рода оптический прибор, который есть у каждого в квартире. Именно с него началось нанесение металлического слоя из амальгамы на поверхность стекла ещё в XV-XVI веках. Однако наука не стоит на месте, и в настоящее время используются более сложные оптические покрытия, состоящие из слоёв различных химических соединений и толщин.

### **1.3 Интерференция света. Физика отражения и преломления световой волны**

Волновая теория света, которая берёт своё начало ещё в XVII веке, является одной из основных теорий, которые характеризуют волновую природу света. Вполне отчётливая формулировка волновой теории света и объяснение с её помощью основных оптических явлений были даны современником Ньютона, голландским физиком Христианом Гюйгенсом. Общее признание эта теория получила, однако, лишь в XIX веке после того, как с её помощью было дано истолкование явлений интерференции, дифракции, прямолинейного распространения и двойного лучепреломления света (Т. Юнг, О. Френель, Д. Араго) [8]. Из основных и важнейших положений данной теории следует то, что свет ведёт себя как электромагнитная волна. Именно поэтому предоставляется возможность объяснять такие физические явления, как дифракция, дисперсия и интерференция света.

В 1803 году английский физик Томас Юнг, один из создателей волновой теории света, доказал то, что эта теория справедлива. Учёный продемонстрировал явление дифракции и интерференции световых волн при помощи специального устройства — двухщелевого интерферометра. Интерференция — явление увеличения или уменьшения результирующей амплитуды нескольких когерентных волн при их оптическом наложении одной на другую. Причём когерентными называют волны, которые

характеризуются одинаковой частотой, колебания которых происходят в одной общей плоскости и отличаются постоянной разностью фаз между двумя исследуемыми точками, не зависящей от времени. Для света при интерференции, наложении волн, происходит явление усиления или ослабления освещённости.

Примером интерференции света, наблюдающейся в естественных условиях, может служить радужная окраска тонких пленок (мыльных пузырей, пленок нефти или масла на поверхности воды, прозрачных пленок окислов на поверхностях закаленных металлических деталей — цвета побежалости — и т. п.). Образование частично когерентных волн, интерферирующих при наложении, происходит в этом случае вследствие отражения падающего на пленку света от её верхней и нижней поверхностей (см. рисунок 1) [2].

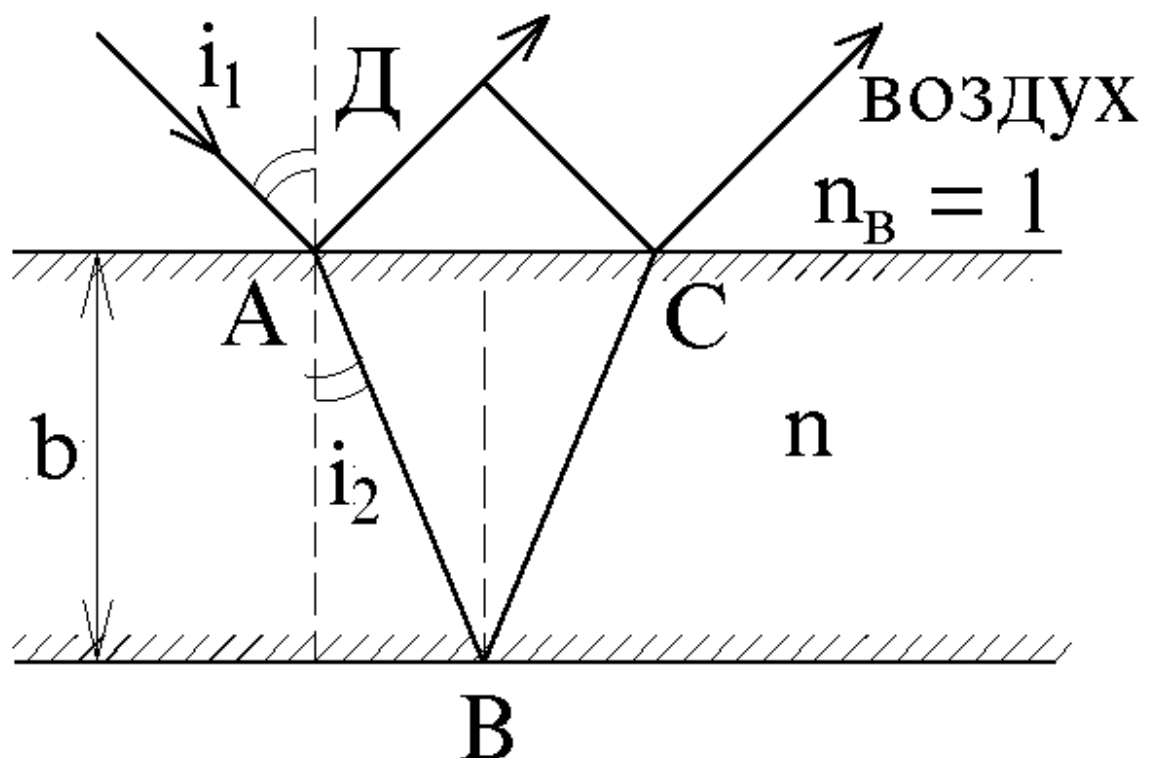


Рисунок 1 - Образование частично когерентных волн

Результат интерференции зависит от сдвига фаз, приобретаемого накладываемыми волнами в пленке и зависящего от их оптической разности хода [14].

Оптической длиной пути  $S$  света называется произведение геометрической длины пути  $l$ , пройденного светом в среде, на показатель преломления  $n$  этой среды. Величина  $S$  равна пути, проходимому светом в вакууме за то же время, за которое в данной среде он проходил бы путь  $l$ . Стоит отметить, что при нормальном падении луча на плоскость слоя (при падении под нулевым углом между лучом и нормалью, проведённой к поверхности в точку его падения) оптическая длина его пути в пределах слоя является отрезком, который принадлежит прямой, совпадающей с падающим и проходящим в среде лучом. Более того, этот отрезок ограничен поверхностями слоя, а длина его равна произведению толщины плёночного слоя на показатель его преломления.

Оптической разностью хода двух волн называется разность оптических длин пути этих волн:  $\Delta S = S_2 - S_1$ . Оптической разности хода  $\Delta S$  соответствует изменение разности фаз волн на  $\Delta\varphi$  или фазовый сдвиг:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta S.$$

Причём  $\lambda_0$  — длина волны света в вакууме,  $\Delta S$  — оптическая разность хода волн,  $\Delta\varphi$  — величина фазового сдвига.

Оптическая разность хода волн  $\Delta S$  — произведение изменения геометрической длины пути  $L$  отражённых, преломлённых световых волн от последующей границы слоя плёночного покрытия и изменения показателя преломления  $n$  этой среды в связи с переходом на новый слой и фазовым сдвигом. После подстановки получаем:

$$\begin{cases} \Delta S = nL, \\ \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta S. \end{cases}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} nL. \quad (1)$$

Рассмотрим явление нормального падения излучения с длиной волны  $\lambda$  на бесконечно протяжённую границу раздела сред с показателями преломления  $n_0$  и  $n_m$  (см. рисунок 2) [4].

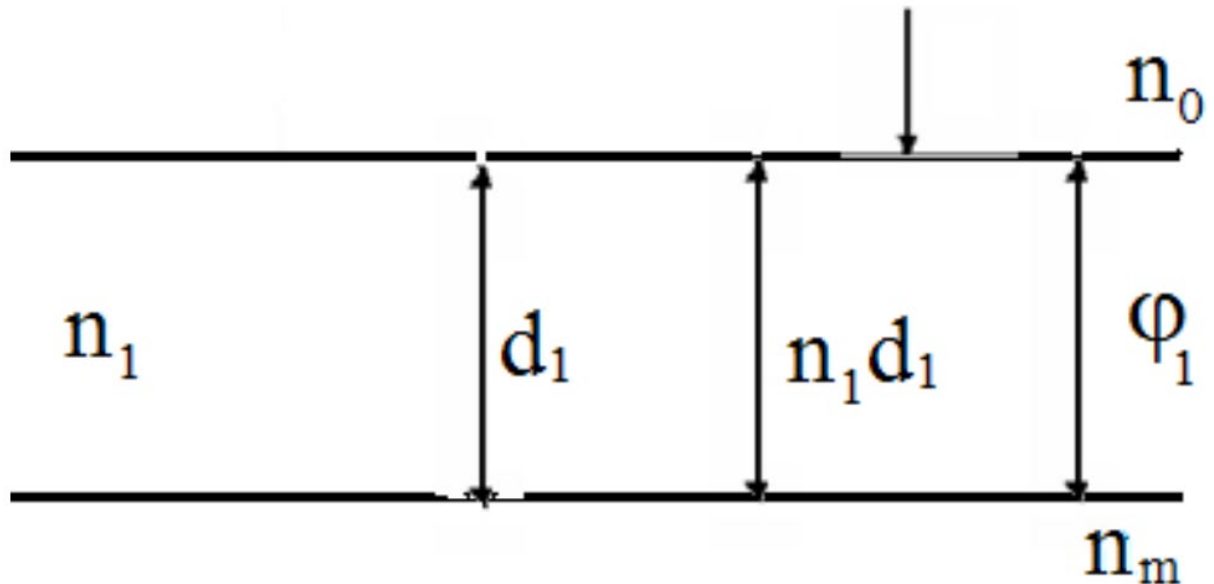


Рисунок 2 - Явление нормального падения излучения

Этой границей будет плёночный слой с показателем преломления  $n_1$  и толщиной  $d_1$ . Слой является изотропным, однородным, бесконечно протяжённым, плоскопараллельным и идеально прозрачным слоем с фазовой толщиной  $\varphi_1$ , вычисляемой по аналогичной формуле разности фаз:

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} n_1 d_1.$$

Исследуем подробнее физику отражения и преломления света в среде, явление пропускания, оптического просветления излучения. При падении световых лучей на слой плёночной структуры, границу двух сред с разными показателями преломления, часть света отражается, а часть, преломляясь, движется внутрь плёночного покрытия (см. рисунок 3). Причём выполняются законы отражения и преломления света. Немало важно то, что в многослойных структурах с плёнками различных показателей преломления абсолютно так же происходит деление частей света на группу отражённых и преломленных. Однако при падении излучения на границу раздела двух

оптических сред каждый отражённый луч, возвращаясь в обратную сторону, пересекает уже пройденные ранее границы слоёв и преломляется повторно. Если отражение происходит неограниченно глубоко между слоями, то количество повторных преломлений так же не ограничено. Суммарная группа всех волн, вышедших на первую границу раздела сред, является отражённым излучением, отражением  $r$  от английского «reflection». Аналогично группа лучей, вышедших за границу последнего или самого нижнего слоя, является пропущенным через слои излучением  $t$  от английского «transmission». Иными словами лучи этой группы прошли насквозь многослойное плёночное покрытие с субстратом целиком.

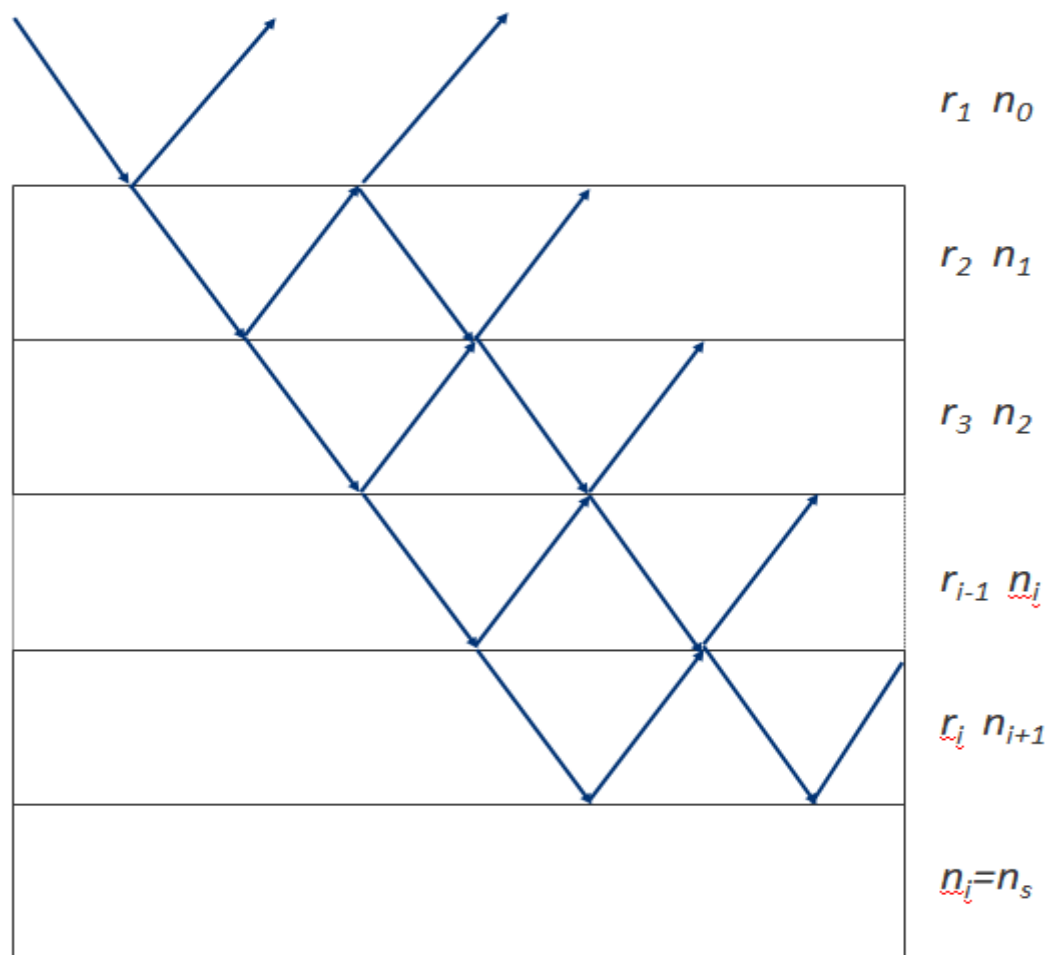


Рисунок 3 - Падение световых лучей на многослойное покрытие

Одним из создателей волновой теории света является французский физик, живший на стыке XVIII и XIX веков, Огюстен Жан Френель. Большинство работ этого учёного посвящены физической оптике. В 1815

году О.Ж. Френель доказал уже известное явление интерференции, проделав сравнительно новые оптические опыты, концептуально отличающиеся от опытов Томаса Юнга. В 1823 году О.Ж. Френель представил миру законы отражения и преломления электромагнитной волны в условиях изменения поляризации света. Формулы Френеля вытекают из условий, налагаемых на электромагнитное поле на границе двух диэлектриков. Учёный получил эти формулы на основе представлений о свете как об упругих волнах, распространяющихся в эфире [12]. Законы, формулы Огюстена Жана Френеля основаны на физике падения поляризованных волн на плоскую границу раздела двух сред с различными показателями преломления (см. рисунок 4).

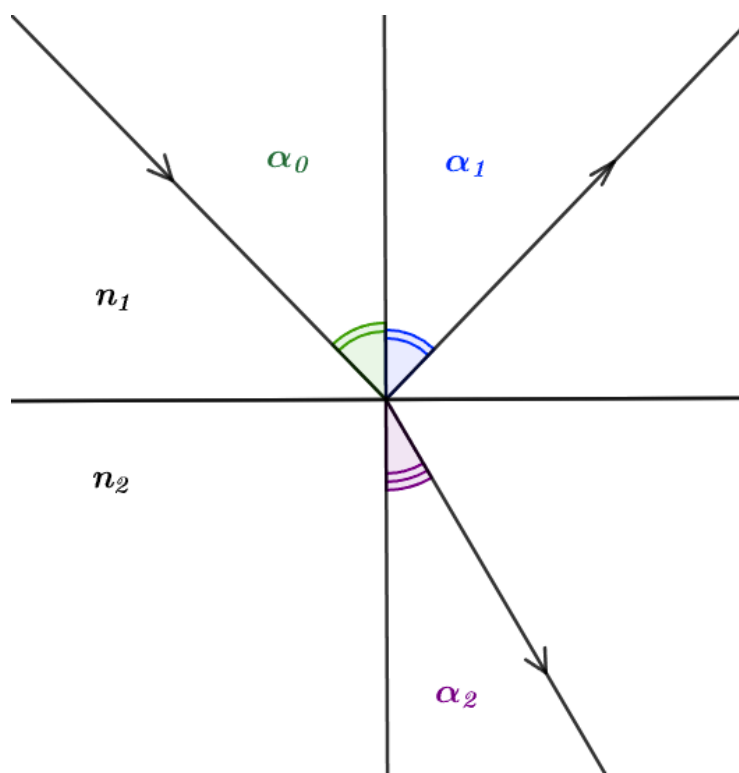


Рисунок 4 - Падение лучей на границу раздела сред

Причём необходимо понимать, что поляризованной волной называется такая поперечная волна, в которой колебания всех частиц происходят в одной плоскости [5]. Амплитудные коэффициенты пропускания  $t$  и отражения  $r$ , часто называемые коэффициентами Френеля в соответствии с [9], с учётом закона преломления ( $n_1 \sin \alpha_0 = n_2 \sin \alpha_2$ ) соответственно равны:

$$\begin{cases} r_p = \frac{n_2 \cos \alpha_0 - n_1 \cos \alpha_2}{n_2 \cos \alpha_0 + n_1 \cos \alpha_2} = \frac{\tan(\alpha_0 - \alpha_2)}{\tan(\alpha_0 + \alpha_2)}, \\ r_s = \frac{n_1 \cos \alpha_0 - n_2 \cos \alpha_2}{n_1 \cos \alpha_0 + n_2 \cos \alpha_2} = -\frac{\sin(\alpha_0 - \alpha_2)}{\sin(\alpha_0 + \alpha_2)}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_p = \frac{2n_1 \cos \alpha_0}{n_2 \cos \alpha_0 + n_1 \cos \alpha_2} = \frac{2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_0}{\sin(\alpha_0 + \alpha_2) \cos(\alpha_0 - \alpha_2)}, \\ t_s = \frac{2n_1 \cos \alpha_0}{n_1 \cos \alpha_0 + n_2 \cos \alpha_2} = \frac{2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_0}{\sin(\alpha_0 + \alpha_2)}. \end{cases}$$

Причём  $n_1$  — показатель преломления среды, из которой падает луч;  $n_2$  — показатель преломления среды, в которую луч проникает;  $\alpha_0$  — угол падения луча;  $\alpha_2$  — угол его преломления;  $r_p$  и  $t_p$  — амплитудные коэффициенты отражения и пропускания при р-поляризации света;  $r_s$  и  $t_s$  — амплитудные коэффициенты отражения и пропускания при s-поляризации света. В оптике и электродинамике s-поляризованная волна (нем. *senkrecht* — перпендикулярный) имеет вектор электрического поля  $\vec{E}$ , перпендикулярный плоскости падения. Аналогично p-поляризованная волна (лат. *parallel* — параллельный) имеет вектор электрического поля  $\vec{E}$ , параллельный плоскости падения [13].

При нормальном падении электромагнитных волн, то есть в том случае, если падающий луч, преломлённый луч и нормаль, проведённая к плоскости в точке падения, лежат на одной прямой, угол падения равен углу преломления и  $\alpha_0 = \alpha_2 = 0$ . В этом случае амплитудные коэффициенты пропускания и отражения волн (коэффициенты Френеля) равны:

$$\begin{cases} r_p = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}, \\ r_s = -\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}. \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} t_p = \frac{2n_1}{n_2 + n_1}, \\ t_s = \frac{2n_1}{n_2 + n_1}. \end{cases} \quad (3)$$

Если  $r$  — число положительное, то разность фаз между падающим и отражённым излучением равна нулю, а если  $r$  — отрицательное, то разность фаз равна  $\pi$ . При отражении от среды с большим показателем преломления, как это установлено экспериментально, свет теряет половину длины волны, то есть разность фаз между падающей и отражённой волнами равна « $-\pi$ » [4].

Стоит отметить то, что искомый энергетический коэффициент отражения  $R$  просветляющего слоя плёночного покрытия — это квадрат модуля амплитудного коэффициента отражения  $r$  [4], то есть коэффициента Френеля:

$$R = |r|^2. \quad (4)$$

Подводя итог рассуждениям, отметим, что амплитудные коэффициенты пропускания и отражения излучения в однослойном плёночном покрытии зависят только от показателей преломления окружающей среды (в нашем случае воздушной) и слоя исследуемой оптической структуры. В многослойных же покрытиях требуется амплитудные коэффициенты пропускания и отражения зависят не только от показателей преломления воздушной среды и каждого слоя покрытия, но и от количества слоёв, а также их расположения друг относительно друга.



## ГЛАВА 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛЁНОЧНЫХ ПОКРЫТИЙ

### 2.1 Описание программы

Сначала импортируем программный вычислительный модуль «math», который предоставляет большой спектр возможностей по работе с математическими функциями и вычислительными операциями (см. рисунок 5). Например, ввод функций «cos, sin» — косинус и синус, а также числа « $\pi$ » (при вводе на языке программирования Python — «pi»). Стоит отметить, что при использовании вышеперечисленных примеров требуется обязательное упоминание математического модуля, то есть «math.sin()» или «math.pi».

```
import math
# Импорт модуля math,
# который предоставляет функции для математических вычислений.
import matplotlib.pyplot as plt
# Импорт библиотеки matplotlib для построения графиков.
```

Рисунок 5 — Импорт модуля «math», библиотеки «matplotlib»

Затем импортируем в код встроенную библиотеку «matplotlib» на языке программирования Python, при помощи которой становится возможным визуализация полученных в ходе работы данных. После обработки результатов вычислений большим внутренним набором инструментов библиотеки на вывод программы будет выдаваться построенный график требуемой зависимости коэффициента отражения от длины волны излучения.

Введём класс «Wave», который будет включать в себя уникальный набор характеристик, атрибутов и функций, описывающих поведение световой волны в веществе (см. рисунок 6). Класс «Wave» включает в себя параметры волны, методы обработки её движения, отражения и преломления в многослойной плёночной структуре. Длина волны, её амплитуда, фаза указывается числами, принадлежащими множеству рациональных чисел, а именно десятичных дробей. Номер текущего слоя, поверхности плёнки, где находится волна, а также номер последнего слоя, который может достичь

волна, не включая нулевой слой (воздушное пространство) и последний слой (подложку), задаются лишь целыми числами. Таким же образом вводится направление движения волны: 1 — вниз, в сторону подложки, или -1 — вверх, в сторону воздуха. Целыми числами указывается и статус преломленной/отражённой световой волны, а именно: 0 — волна внутри структуры, 1 — вне оптической среды и вышла обратно наружу.

```
class Wave:
```

```
# Класс Wave описывает поведение волны, её параметры, движение и отражение в многослойной среде.
```

```
wavelength: float # Длина волны  
ampl: float # Амплитуда волны  
phase: float # Фаза волны  
surface: int # Номер текущего слоя (поверхности), где находится волна  
surface_max: int # Номер последнего слоя, до которого волна может пройти (исключая воздух и подложку)  
direction: int # Направление волны: 1 - вниз (в сторону подложки), -1 - вверх (в сторону воздуха)  
out: int # Статус волны: 0 - внутри структуры, 1 - волна вышла наружу
```

Рисунок 6 — Ввод класса волн «Wave»

Установим конструктор для инициализации волны с заданными параметрами (см. рисунок 7). Метод «def \_\_init\_\_(self, wavelength=632, ampl=1, phase=0, surface=0, surface\_max=1, direction=1, out=0)» инициализирует новый объект класса с его атрибутами (см. рисунок 7). Аргументы, записанные в круглых скобках (self, wavelength=632, ampl=1, phase=0, surface=0, surface\_max=1, direction=1, out=0) являются значениями, передающимися в момент создания нового объекта класса «Wave». Здесь «self» — ссылка на исследуемый, текущий экземпляр волны. Устанавливаем длину волны «self.wavelength»; её амплитуду «self.ampl»; фазу «self.phase». Также номер текущего слоя (поверхности) «self.surface», где находится волна; номер последнего слоя «self.surface\_max», до которого волна может пройти, исключая слой воздуха и подложку, субстрат. Далее установим направление движения волны «self.direction» и её местоположение, статус «self.out».

```
def __init__(self, wavelength=632, ampl=1, phase=0, surface=0, surface_max=1, direction=1, out=0):
    # Конструктор для инициализации волны с заданными параметрами.
    self.wavelength = wavelength # Устанавливаем длину волны.
    self.ampl = ampl # Устанавливаем амплитуду волны.
    self.phase = phase # Устанавливаем фазу волны.
    self.surface = surface # Устанавливаем номер текущего слоя.
    self.surface_max = surface_max # Устанавливаем номер последнего слоя.
    self.direction = direction # Устанавливаем направление движения волны.
    self.out = out # Устанавливаем статус волны (внутри или снаружи).
```

Рисунок 7 — Ввод метода инициализации волн «def \_\_init\_\_()»

Введём метод, объявив функцию «def run(self, layers, refr\_index)», для моделирования процесса перемещения (бега) волны внутри слоев с учётом фазового сдвига, вызванного переходом через границу каждого слоя (см. рисунок 8). Аргументы, записанные в круглых скобках (self, layers, refr\_index) аналогично каждой функции передают своё значение при создании новых преломлённых волн, проходящих внутри слоя. Новый параметр «layers» является ссылкой на текущий слой плёночной структуры, который имеет собственный исследуемый и задействованный в данный момент показатель преломления «refr\_index». Если «if» направление движения волны «self.direction» соответствует 1, то есть волна движется вниз, вглубь (в сторону подложки — субстрата), тогда вычисляем фазу «self.phase», слагая и присваивая фазовый сдвиг по формуле (1). Учитываем, что показатель преломления «refr\_index» можно считать адресом, по которому данные из списка поверхностей, слоёв «self.surface», где находится волна, передаются на процесс вычисления под соответствующим индексом. Аналогично выбираем исследуемый слой «layers», ссылаясь на «self.surface», а также «self.wavelength» — длину текущей волны. Если «if» направление движения волны «self.direction» соответствует чему-либо (кроме 1), то есть -1 в этом случае, то волна движется вверх, в сторону воздушного пространства, тогда фазу вычисляем по аналогии. Далее перемещаем электромагнитную волну вниз на следующий слой «self.surface += self.direction». Если же волна движется вверх, то перемещаем на предыдущий слой плёночного покрытия.

```

def run(self, layers, refr_index):
    # Метод для перемещения волны внутри слоев с учетом фазового сдвига, вызванного переходом через каждый слой.
    if self.direction == 1:
        # Если волна движется вниз (в сторону подложки), то вычисляем фазовый сдвиг, используя показатель преломления слоя.
        self.phase += 2. * math.pi * refr_index[self.surface + 1] * layers[self.surface + 1].d / self.wavelength
    else:
        # direction == -1
        # Если волна движется вверх (в сторону воздуха), то вычисляем фазовый сдвиг по аналогии.
        self.phase += 2. * math.pi * refr_index[self.surface] * layers[self.surface].d / self.wavelength
    self.surface += self.direction # Перемещаем волну на следующий слой (или назад, если волна идет вверх).
    return 0

```

Рисунок 8 — Ввод метода «def run(self, layers, refr\_index)»

Введём метод (см. рисунок 9) для обработки отражения волны от поверхности слоя или подложки (последнего слоя). Объявим функцию «def reflect(self, layers)», аргументами её станут параметры текущего слоя «self» и ссылка «layers». Если волна будет двигаться вниз (к следующему слою) «if self.direction == 1», то получим показатели преломления текущего слоя «n1 = layers[self.surface].n(self.wavelength)» и последующего «n2 = layers[self.surface + 1].n(self.wavelength)» слоёв, опираясь на заданный список слоёв и длину световой волны, задействованной в данном оптическом явлении. Если же иначе «else», то есть при движении волны вверх (к предыдущему слою), устанавливаем показатели преломления «n1 = layers[self.surface + 1].n(self.wavelength)» и «n2 = layers[self.surface].n(self.wavelength)» по аналогии, однако переставляем их местами (наоборот), так как направление световой волны изменилось на противоположное. Введём новое условие «if (self.surface == self.surface\_max) and (self.direction == 1)». Если волна дошла до последнего слоя (подложки — субстрата) и движется вниз, происходит отражение от подложки и изменение амплитуды и амплитудного коэффициента «self.ampl \*= abs(n1 - n2) / (n1 + n2)» из-за отражения, исходя из (2). Однако важно учесть то, что происходит фазовый сдвиг на  $\pi$  «self.phase += math.pi», если показатель преломления второго слоя больше первого. Затем меняем направление «self.direction \*= -1», ведь волна отразилась. Рассмотрим другой случай. Электромагнитная волна находится ещё в воздушном пространстве и движется вниз «elif (self.surface == 0) and (self.direction == 1)». Тогда происходит отражение волны от поверхности

первого слоя и изменение амплитуды и амплитудного коэффициента волны «self.ampl \*= 2. \* n1 / (n1 + n2)», прошедшей внутрь слоя, исходя из (3). Рассмотрим ещё один крайний случай. Если световая волна находится в воздухе, но движется уже вверх, то есть покидает плёночную структуру «elif (self.surface == 0) and (self.direction == -1)», тогда изменение амплитуды и амплитудного коэффициента «self.ampl \*= 2. \* n1 / (n1 + n2)» волны происходит аналогично, исходя из (3). Далее волна покидает слои, меняя свой статус «self.out = 1». Отражения внутри плёночной структуры между слоями химических веществ (вдали от границы с воздухом и субстратом) «self.ampl \*= 2. \* n1 / (n1 + n2)» с последующими изменениями в амплитуде движущейся волны описываются аналогично по формуле (3). Здесь снова учитывается то, что при переходе в более плотную среду (слой, показатель преломления которого больше, чем у предыдущего) добавляется фазовый сдвиг на  $\pi$  «return Wave(self.wavelength, self.ampl\*abs(n1 - n2)/(n1 + n2), self.phase + math.pi, self.surface, self.surface\_max, -self.direction, 0)».

```
def reflect(self, layers):
    # Метод для обработки отражения волны от поверхности слоя или подложки.
    if self.direction == 1:
        # Если волна движется вниз (к следующему слою), получаем показатели преломления двух слоев.
        n1 = layers[self.surface].n(self.wavelength)
        n2 = layers[self.surface + 1].n(self.wavelength)
    else:
        # direction == -1
        # Если волна движется вверх (к предыдущему слою), получаем показатели преломления обратных слоев.
        n1 = layers[self.surface + 1].n(self.wavelength)
        n2 = layers[self.surface].n(self.wavelength)

    if (self.surface == self.surface_max) and (self.direction == 1):
        # Если волна дошла до последнего слоя (подложки) и движется вниз, происходит отражение от подложки.
        self.ampl *= abs(n1 - n2) / (n1 + n2) # Изменение амплитуды из-за отражения.
        if n2 > n1:
            self.phase += math.pi # Фазовый сдвиг, если второй слой плотнее первого.
        self.direction *= -1 # Направление меняется на противоположное (волна идет вверх).
    elif (self.surface == 0) and (self.direction == 1):
        # Если волна в воздухе и движется вниз, происходит отражение от поверхности первого слоя.
        self.ampl *= 2. * n1 / (n1 + n2) # Изменение амплитуды пропущенной внутрь волны.
        return Wave(self.wavelength, self.ampl * abs(n1 - n2) / (n1 + n2), self.phase + math.pi, self.surface, self.surface_max, -self.direction, 1)
    elif (self.surface == 0) and (self.direction == -1):
        # Если волна в воздухе и движется вверх (покидает систему), она выходит наружу.
        self.ampl *= 2. * n1 / (n1 + n2) # Изменение амплитуды выпущенной наружу волны.
        self.out = 1 # Волна выходит наружу.
        return Wave(self.wavelength, self.ampl * abs(n1 - n2) / (n1 + n2), self.phase, self.surface, self.surface_max, -self.direction, 0)
    else:
        # Отражение внутри структуры (не на границе с воздухом).
        self.ampl *= 2. * n1 / (n1 + n2) # Изменение амплитуды.
        if ((self.direction == 1) and (n2 > n1)) or ((self.direction == -1) and (n1 > n2)):
            # Если происходит переход в более плотную среду, добавляется фазовый сдвиг.
            return Wave(self.wavelength, self.ampl*abs(n1 - n2)/(n1 + n2), self.phase + math.pi, self.surface, self.surface_max, -self.direction, 0)
        else:
            return Wave(self.wavelength, self.ampl * abs(n1 - n2) / (n1 + n2), self.phase, self.surface, self.surface_max, -self.direction, 0)
```

Рисунок 9 — Ввод метода «def reflect(self, layers)»

Создадим ещё один основной класс «Layer» (см. рисунок 10). Данный класс будет описывать свойства слоёв в плёночной структуре. При помощи

него задаются толщины слоёв, материалы, из которых они сделаны, и показатели преломления этих веществ. Толщина «d» будет указываться десятичными дробями, то есть числами, не принадлежащими множеству целых чисел. В то же время материалы «material» каждого слоя плёночного покрытия будут задаваться целыми числами, которые будут отвечать за порядковый номер уникального вещества в приведённом каталоге.

```
class Layer:
    # Класс "Layer" описывает свойства слоев в многослойной структуре.

    d: float # Толщина слоя
    material: int # Тип материала слоя (0 - воздух, 1 - MgF2, 2 - PbF2, и т.д.)
```

Рисунок 10 — Ввод класса «Layer»

По аналогии с методами предыдущего волнового класса «Wave» в новом классе слоёв «Layer» установим конструктор для инициализации уникального слоя с заданными параметрами (см. рисунок 11). Введём функциональный метод «def \_\_init\_\_(self, d=100, material=1)». В аргументы функции (self, d=100, material=1) вшиты значения, которые будут обновляться и передаваться во время создания нового объекта класса «Layer», то есть в момент инициализации нового слоя плёночной структуры. При помощи ссылки «self» на текущий элемент устанавливаем толщину порядкового слоя «self.d» и его материал «self.material».

```
def __init__(self, d=100, material=1):
    # Конструктор для инициализации слоя с заданной толщиной и материалом.
    self.d = d # Устанавливаем толщину слоя.
    self.material = material # Устанавливаем материал слоя.
```

Рисунок 11 — Ввод метода «def \_\_init\_\_(self, d=100, material=1)»

Введём метод «def n(self, x)» для вычисления показателя преломления вещества слоя для заданной длины электромагнитной волны «x» (см. рисунок 12). Этот структурный блок кода будет отвечать за хранение информации о выбранных пользователем материалах плёночных покрытий. Каждому веществу идёт в соответствие его идентификационный порядковый номер,



установленный по желанию, исходя из личных требований пользователя. В данной научно-исследовательской работе были выбраны такие вещества, как  $\text{MgF}_2$  (фторид магния),  $\text{PbF}_2$  (фторид свинца II),  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (оксид алюминия),  $\text{ZrO}_2$  (оксид циркония IV),  $\text{ZnS}$  (сульфид цинка),  $\text{SiO}_2$  (диоксид кремния) и  $\text{CdTe}$  (теллурид кадмия). Им задаются уникальные порядковые номера 0 — воздушное пространство над исследуемым покрытием, 1 —  $\text{MgF}_2$ , 2 —  $\text{PbF}_2$ , 3 —  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , 4 —  $\text{ZrO}_2$ , 5 —  $\text{ZnS}$ , 6 —  $\text{CdTe}$ , 7 —  $\text{SiO}_2$  (субстрат, подложка). К числам привязаны внесённые заранее вручную показатели преломления материалов, скрывающихся за идентификационными номерами. Нужные показатели преломления находятся в открытом доступе, их можно найти в базе данных, перейдя на сайт [16], расположенный в сети Интернет. В базе данных (см. рисунок 13) необходимо в поисковой строке указать требуемое вещество, найти вкладку «Data», пройти по ссылке «Expressions for n» и скопировать выражение, характеризующее показатель требуемого материала, в среду разработки программы. Пример использования базы данных приводится при копировании показателя преломления  $\text{CdTe}$  (теллурида кадмия) в данном случае. Аналогично и с другими материалами для будущих слоёв.

```
def n(self, x): # Метод для вычисления показателя преломления для данной длины волны x.
    if self.material == 0: # Воздух
        return 1
    elif self.material == 1: # MgF2
        return (1 + 0.27620 + 0.60967 / (1 - (0.08636 / x) ** 2) + 0.0080 / (1 - (18.0 / x) ** 2) + 2.14973 / (1 - (25.0 / x) ** 2)) ** 0.5
    elif self.material == 2: # PbF2
        return (1 + 0.66959342 / (1 - (0.00034911 / x) ** 2) + 1.3086319 / (1 - (0.17144455 / x) ** 2) + 0.01670641 / (1 - (0.28125513 / x) ** 2) +
    elif self.material == 3: # Al2O3
        return (1 + 1.023798 / (1 - (0.06144821 / x) ** 2) + 1.058264 / (1 - (0.1106997 / x) ** 2) + 5.280792 / (1 - (17.92656 / x) ** 2)) ** 0.5
    elif self.material == 4: # ZrO2
        return (1 + 1.347091 / (1 - (0.062543 / x) ** 2) + 2.117788 / (1 - (0.166739 / x) ** 2) + 9.452943 / (1 - (24.320570 / x) ** 2)) ** 0.5
    elif self.material == 5: # ZnS
        return (8.393 + 0.14383 / (x ** 2 - 0.2421 ** 2) + 4430.99 / (x ** 2 - 36.71 ** 2)) ** 0.5
    elif self.material == 6: # CdTe
        return (1 + 4.68 + 1.53 / (1 - 0.366 / x ** 2)) ** 0.5
    elif self.material == 7: # SiO2 (подложка-субстрат)
        return (1 + 0.6961663 / (1 - (0.0684043 / x) ** 2) + 0.4079426 / (1 - (0.1162414 / x) ** 2) + 0.8974794 / (1 - (9.896161 / x) ** 2)) ** 0.5
    else:
        return 0
# Другие материалы аналогично (для каждого материала свои формулы для вычисления n(x))
```

Рисунок 12 — Ввод метода «def n(self, x)»

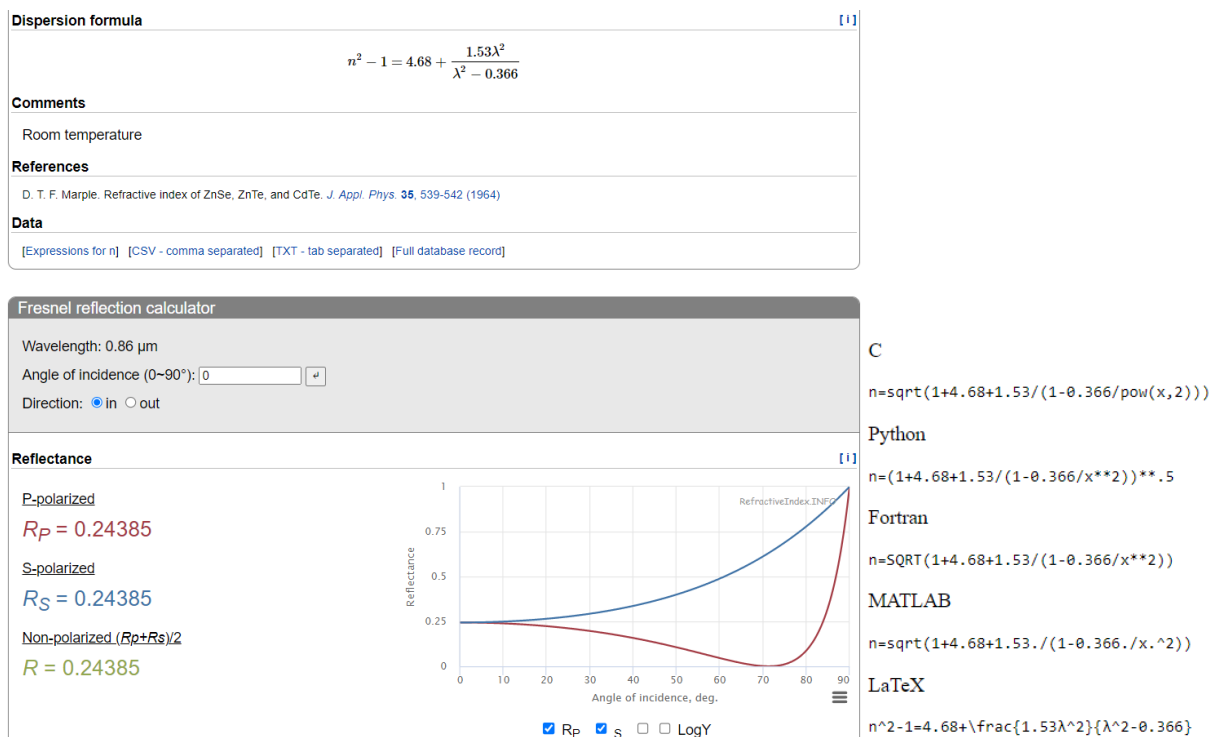


Рисунок 13 — База данных показателей преломлений

Теперь используем функциональный метод «def count\_available\_waves(waves, min\_ampl)» для подсчёта всех доступных и обрабатываемых световых волн (см. рисунок 14). Объявленная функция, опираясь на переменные аргументы, записанные в круглых скобках «(waves, min\_ampl)», будет подсчитывать те электромагнитные волны, которые ещё находятся внутри плёночной структуры, а также амплитуда которых больше минимальной вычисленной программой амплитуды. Очевидно, подсчёт начинаем с нуля «count = 0» и задаём цикл «for wave in waves» с волновым параметром, в котором переменная «wave» последовательно принимает значения, соответствующие номеру итерлируемой в теле цикла волны. Если исследуемая электромагнитная волна находится внутри слоя «if (wave.out == 0)» и её амплитуда по значению больше минимальной «(wave.ampl > min\_ampl)», то счётчик обновляется «count += 1», и сумма волн увеличивается на единицу.



```
def count_available_waves(waves, min_ampl):
# Функция для подсчета волн, которые внутри и имеют амплитуду больше минимальной
    count = 0
    for wave in waves:
        if (wave.out == 0) and (wave.ampl > min_ampl):
            count += 1
    return count
```

Рисунок 14 — Ввод метода «def count\_available\_waves(waves, min\_ampl)»

Аналогично предыдущему методу, объявим функцию «def sum\_refr\_signal(waves)» для суммирования всех сигналов волн, отражённых от поверхностей границ слоёв плёночной структуры (см. рисунок 15). Функция характеризуется лишь одним переменным волновым аргументом «(waves)», записанным в скобках. Учитываться будут только сигналы тех электромагнитных волн, которые вышли обратно в воздушное пространство. Подсчёт сигналов начинаем с нуля «signal = 0», затем создаём цикл «for wave in waves», который будет оперировать всеми отражёнными сигналами световых волн. Если волна вышла в воздушное пространство, то есть покинула плёночную многослойную структуру «if wave.out == 1», то счётчик сигналов обновляется, их сумма увеличивается и передаётся «return signal» на дальнейшую обработку.

```
def sum_refr_signal(waves):
# Функция для суммирования сигналов от всех волн, которые вышли из системы.
    signal = 0
    for wave in waves:
        if wave.out == 1:
            signal += wave.ampl * math.sin(wave.phase)
    return signal
```

Рисунок 15 — Ввод метода «def sum\_refr\_signal(waves)»

Перейдём к вводу интересующих параметров «print("Введите параметры системы:")». При запуске программы код будет запрашивать у пользователя планируемое количество слоёв в плёночном покрытии «num\_layers = int(input("Количество слоёв (минимум 1): "))», толщины этих слоёв «d = float(input("Толщина слоя в мкм: "))», а также материалы «material

= int(input("Материал (0 — воздух, 1 — MgF2, 2 — PbF2, 3 — Al2O3, 4 — ZrO2, 5 — ZnS, 6 — CdTe): "))», из которых они будут сделаны. Вещества будут представлены здесь же в каталоге (см. рисунок 16). Пользователь же в свою очередь должен ввести запрашиваемые программой параметры. Количество слоёв плёночной структуры будет приниматься лишь целым числом, толщина слоёв может быть числом дробным, записываемым именно десятичной дробью, а порядковый номер вещества, очевидно, тоже числом целым в диапазоне, указанном в корне программы ранее самим пользователем. Далее создаётся список «layers = [Layer(100, 0)]», где за нулевой слой будет выступать воздух. Затем при задании слоевого цикла «for i in range(1, num\_layers + 1)», в котором переменная «i» будет принимать значения в функциональном диапазоне от первого до последнего требуемого слоя, учитывая толщину «d» и материал каждого «material», данные о них будут передаваться в блок обработки и подсчёта волн с их сигналами. Далее после ввода всех параметров, которые пользователю необходимы, программа самостоятельно добавляет «layers.append(Layer(100, 7))» последний слой из SiO<sub>2</sub> (диоксида кремния), который является подложкой (субстратом) в составленном вручную плёночном многослойном покрытии.

```
# Ввод параметров
print("Введите параметры системы:")
num_layers = int(input("Количество слоёв (минимум 1): "))
layers = [Layer(100, 0)] # Воздух

for i in range(1, num_layers + 1):
    print(f"\nСлой {i}:")
    d = float(input("Толщина слоя в мкм: "))
    material = int(input("Материал (0 — воздух, 1 — MgF2, 2 — PbF2, 3 — Al2O3, 4 — ZrO2, 5 — ZnS, 6 — CdTe): "))
    layers.append(Layer(d, material))

layers.append(Layer(100, 7)) # Подложка SiO2
```

Рисунок 16 — Ввод пользовательских параметров.

Теперь перед вводом диапазона длин волн, исследуемых по требованию пользователя, устанавливаем (см. рисунок 17) максимальный переменный

слой «`surface_max = len(layers) - 2`», исходя из количества, суммарной длины всей плёночной структуры за исключением воздушного пространства и субстрата из диоксида кремния (итого -2 слоя). Далее устанавливаем минимальную амплитуду световых волн внутри покрытия целиком «`min_ampl = 1e-4`». Помимо количества слоёв, их толщин и материалов, исследуемых пользователем, ему требуется ввести и число длин электромагнитных волн «`num_wavelengths = int(input("\nВведите количество точек для расчёта: "))`», которые будут симулироваться, то есть количество точек для расчёта отражения и преломления. Диапазон поступающих длин волн будет задаваться списком «`wavelengths = [300 + i for i in range(num_wavelengths)]`» с начальной длиной волны в 300 нанометров с последующим увеличением длины до значений, фиксируемых и ограниченных числом длин электромагнитных волн, введенных ранее пользователем. Далее открываем пустой список «`signals = []`» для хранения сигналов каждой длины волны.

```
surface_max = len(layers) - 2
min_ampl = 1e-4

# Ввод диапазона длин волн
num_wavelengths = int(input("\nВведите количество точек для расчёта: "))
# Ввод числа длин волн, которые будут симулироваться.
wavelengths = [300 + i for i in range(num_wavelengths)] # Диапазон длин волн
# от 300 нм
signals = [] # Список для хранения сигналов для каждой длины волны.
```

Рисунок 17 — Ввод диапазона длин волн

Переходим к основному расчёту отражения и преломления волн (см. рисунок 18). Введём цикл «`for wavelength in wavelengths`», который будет рассчитывать уникальные преломляющие показатели для каждой длины волны. В тело цикла поместим пустой список «`refr_index = []`» для хранения вычисляемых данных о показателях преломления для всех слоёв пленочного покрытия. Затем зададим слоевой цикл «`for layer in layers`», в нём будет происходить обновление показателя преломления

«`refr_index.append(layer.n(wavelength))`» в зависимости от длины волны, перемещающейся в слое. Далее вызывается процесс инициализации первоначальной волны «`waves = [Wave(wavelength, ampl=1, phase=0, surface=0, surface_max=surface_max, direction=1, out=0)]`» из класса «Wave». Стартовыми показателями устанавливаются единичная амплитуда волны «`ampl=1`», нулевая фаза «`phase=0`», поверхность (слой) «`surface=0`», последний слой «`surface_max`», направление движения световой волны «`direction=1`» и её статус «`out=0`» — местоположение. Далее подсчитывается количество волн с переменными параметрами.

```
# Основной расчёт
for wavelength in wavelengths:
    # Для каждой длины волны рассчитываем её преломляющие показатели и симулируем распространение волн.
    refr_index = [] # Список для вычисления показателей преломления для всех слоев.
    for layer in layers:
        refr_index.append(layer.n(wavelength))
    waves = [Wave(wavelength, ampl=1, phase=0, surface=0, surface_max=surface_max, direction=1, out=0)]
    # Инициализация начальной волны.
    num_available_waves = count_available_waves(waves, min_ampl)
```

Рисунок 18 — Ввод цикла «for wavelength in wavelengths»

Далее введём цикл «while num\_available\_waves», который будет работать над одной и той же последовательностью действий, пока проверяемое волновое условие истинно (см. рисунок 19). Пока есть световые волны с достаточной амплитудой, программа выполняет их обработку. Затем моделируем отражение и прохождения электромагнитной волны при помощи итерирующего цикла «for i in range(len(waves))». Через анализ условия «if (waves[i].out == 0) and (waves[i].ampl > min\_ampl)» происходит процесс обработки отражения для каждой задействованной волны, взятой из списка. Если же элемент пуст, волна вне пленочной структуры, тогда идёт команда «`waves.append(wave_new)`» на добавление новой волны в существующий список.

```

# Пока есть волны с достаточной амплитудой, выполняем их обработку.
while num_available_waves > 0:
    # Отражение и прохождение
    for i in range(len(waves)):
        if (waves[i].out == 0) and (waves[i].ampl > min_ampl):
            wave_new = waves[i].reflect(layers) # Обработка отражения для каждой волны.
            if wave_new is not None:
                waves.append(wave_new) # Добавление новой волны в список.

```

Рисунок 19— Ввод цикла «while num\_available\_waves»

Рассмотрим распространение электромагнитных волн внутри плёночных слоёв. Зададим вновь волновой цикл «for wave in waves» для исследования перемещения света по структуре (см. рисунок 20). Если статус волны «0», её положение внутри «if (wave.out == 0)» какого-либо слоя и её амплитуда превышает минимальную «(wave.ampl > min\_ampl)», то происходит процесс перемещения волны по следующим слоям «wave.run(layers, refr\_index)». Далее проводится подсчёт переведённых на другой слой волн «num\_available\_waves = count\_available\_waves(waves, min\_ampl)». Отдельно подаётся команда на суммирование всех сигналов «signals.append(sum\_refr\_signal(waves))» отраженных световых волн, которые вышли из плёночной структуры для текущей длины волны. Затем итоговый коэффициент отражения, опираясь на (4), вычисляется, используя все волновые сигналы, обработанные за циклы «refr\_coef = [x \*\* 2 for x in signals]».

```

# Распространение
for wave in waves:
    if (wave.out == 0) and (wave.ampl > min_ampl):
        wave.run(layers, refr_index) # Перемещение волны по слоям.
    num_available_waves = count_available_waves(waves, min_ampl)

signals.append(sum_refr_signal(waves))
# Суммирование всех сигналов, которые вышли из системы для текущей длины волны.

refr_coef = [x ** 2 for x in signals] # Коэффициент отражения здесь - квадрат амплитудного
# коэффициента отражения.

```

Рисунок 20 — Ввод блока, распространяющего волны

Заключительным блоком программного кода (см. рисунок 21) является построение графика зависимости коэффициента отражения для всей заданной плёночной структуры от длины электромагнитной волны.

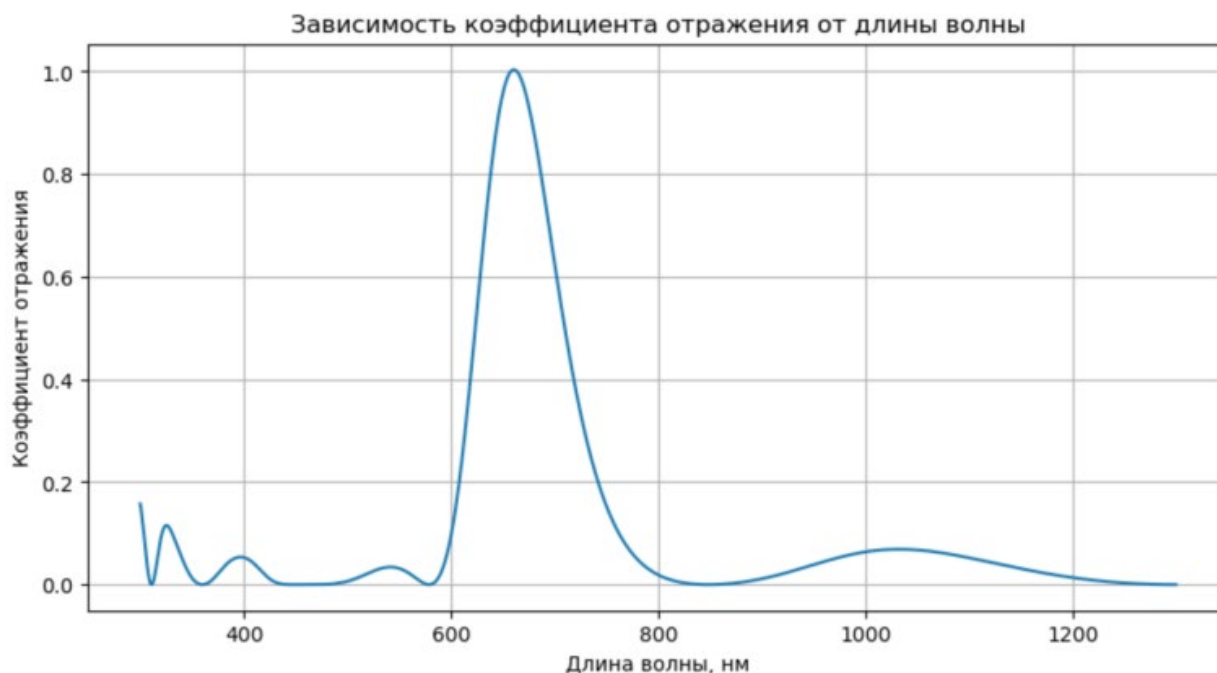
```
# Построение графика зависимости коэффициента отражения от длины волны.  
plt.figure(figsize=(10, 5))  
plt.plot(wavelengths, refr_coef)  
plt.xlabel('Длина волны, нм') # Подпись оси X.  
plt.ylabel('Коэффициент отражения') # Подпись оси Y.  
plt.title('Зависимость коэффициента отражения от длины волны')  
plt.grid()  
plt.show() # Отображение графика.
```

Рисунок 21 — Построение графика

## 2.2 Анализ полученных зависимостей

Для построения графиков запускается программа, вводятся интересующие пользователя параметры, такие как количество слоёв для плёночного покрытия, их толщины, материалы и число симулируемых длин электромагнитных волн. Построено некоторое количество графиков, характеризующих коэффициент отражения моделируемых многослойных плёночных покрытий, созданных из слоёв различных материалов и толщин.

Проанализируем график зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных, приведённых на рисунке 22.



Введите параметры системы:

Количество слоёв (минимум 1): 4

Слой 1:

Толщина слоя в мкм: 46

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZnO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Слой 2:

Толщина слоя в мкм: 58

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZnO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 3

Слой 3:

Толщина слоя в мкм: 75

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZnO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Слой 4:

Толщина слоя в мкм: 56

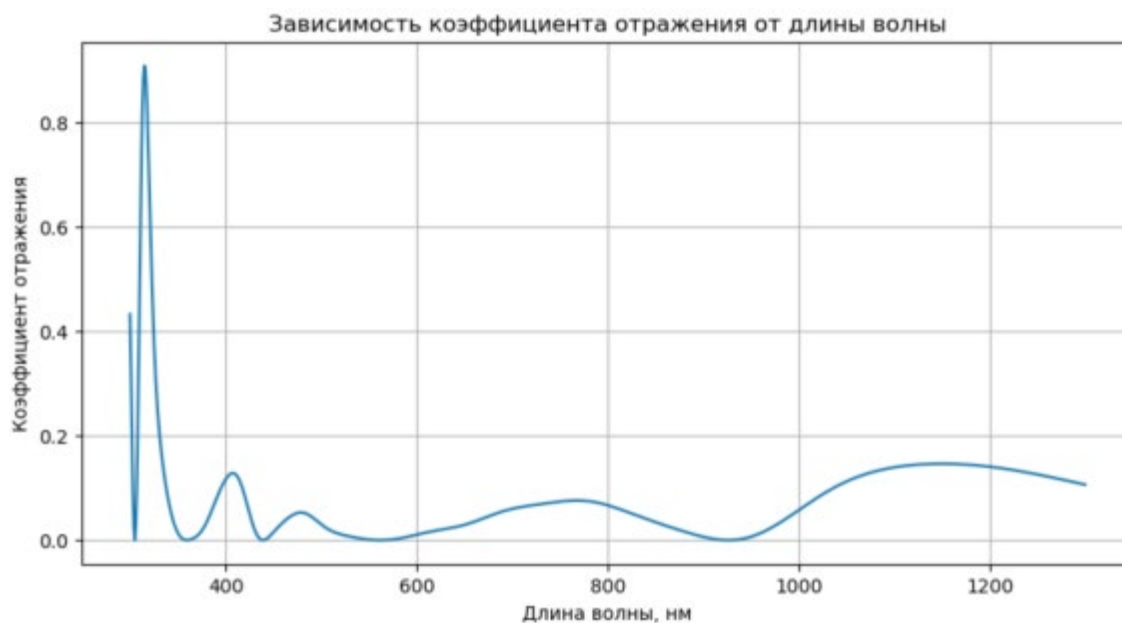
Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZnO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 4

Введите количество точек для расчёта: 1000

Рисунок 22 — График зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных

На графике данной зависимости отчетливо виден пик коэффициента отражения на длине волны в 650–680 нанометров. Это значит то, что наблюдается около 100%-ое отражение электромагнитного излучения на этом диапазоне длин волн. Он принадлежит области красного/глубокого красного цвета видимого излучения. Следует отметить то, что коэффициент отражения на других длинах волн низок, значит интенсивность отражения излучения в этих диапазонах невысокая.

Проанализируем график зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных, приведённых на рисунке 23.



Введите параметры системы:

Количество слоёв (минимум 1): 4

Слой 1:

Толщина слоя в мкм: 73

Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 3

Слой 2:

Толщина слоя в мкм: 65

Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 4

Слой 3:

Толщина слоя в мкм: 54

Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Слой 4:

Толщина слоя в мкм: 15

Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 3

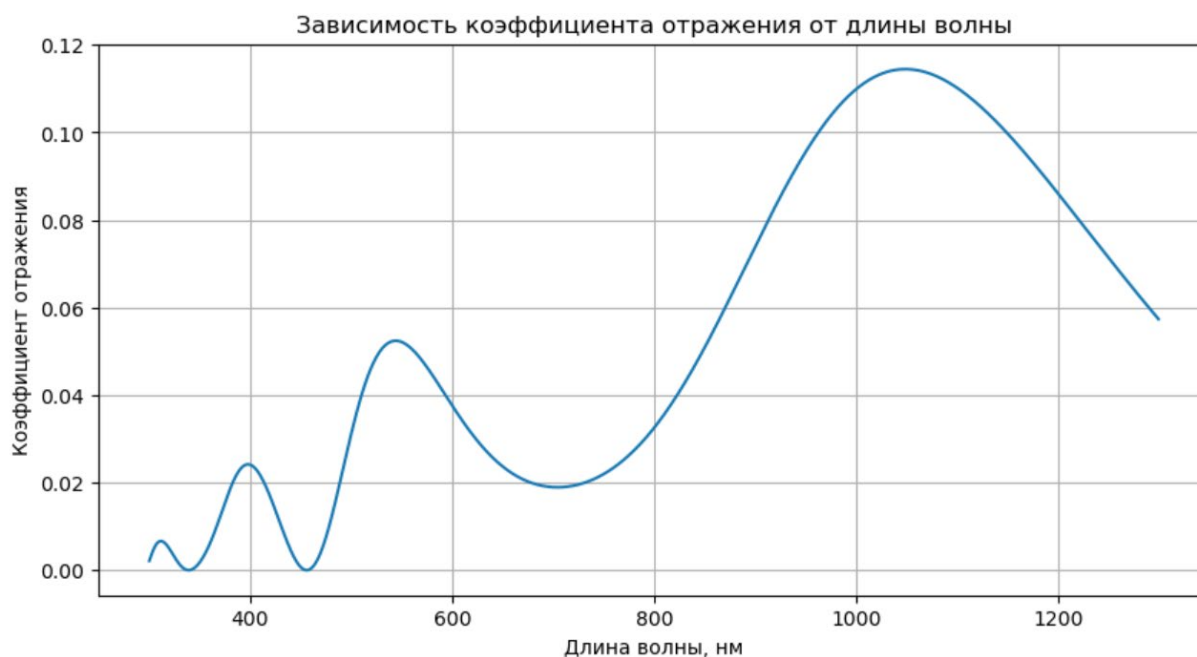
Введите количество точек для расчёта: 1000

Рисунок 23 — График зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных

На графике данной зависимости отчетливо виден пик коэффициента отражения на длине волны в 300–315 нанометров. Это значит то, что наблюдается около 93%-ое отражение электромагнитного излучения на этом коротком (по сравнению с рисунком 22) диапазоне длин волн. Он принадлежит области ультрафиолетового длинноволнового диапазона излучения. Следует отметить то, что коэффициент отражения на других длинах волн низок (0–19)%, значит интенсивность отражения излучения в этих диапазонах невысокая.

Проанализируем график зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных, приведённых на рисунке 24.





Введите параметры системы:

Количество слоёв (минимум 1): 4

Слой 1:

Толщина слоя в мкм: 50

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Слой 2:

Толщина слоя в мкм: 50

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 4

Слой 3:

Толщина слоя в мкм: 50

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 3

Слой 4:

Толщина слоя в мкм: 50

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Введите количество точек для расчёта: 1000

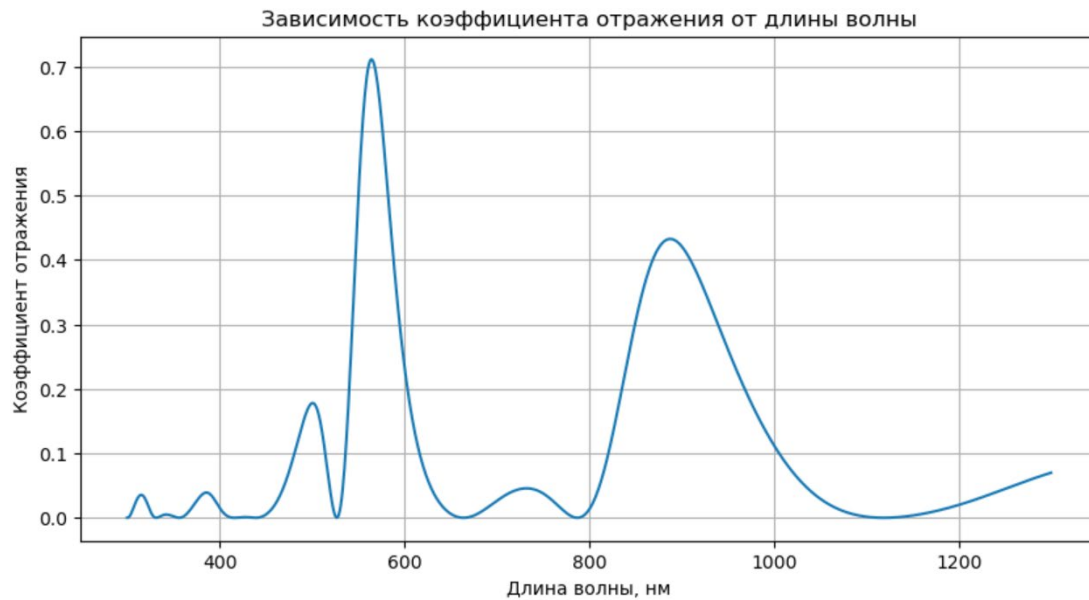
Рисунок 24 — График зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных

График этой зависимости качественно отличается от предыдущих. На графике отчетливо видны четыре пика коэффициента отражения на различных длинах волн: 350–360; 390–410; 570–600; 970–1150 нанометров. Это означает то, что наблюдается около 1%-ое отражение электромагнитного излучения на диапазоне длин волн в 350–360 нанометров (область ультрафиолетового длинноволнового диапазона излучения). Около 2,5%-ое отражение на диапазоне в 390–410 нанометров (область ультрафиолетового длинноволнового диапазона, ультрафиолетового светодиодного, переходящего в видимое излучение). Около 5%-ое отражение на диапазоне в

570–600 нанометров (область жёлтого цвета видимого излучения). А также около 11,8%-ое отражение на диапазоне в 970–1150 нанометров (область коротковолнового инфракрасного излучения). Очевидно то, что интенсивность на упомянутых диапазонах невелика, однако это четырёхслойное плёночное покрытие примечательно тем, что при увеличении длины волны уникальным образом (волнообразно) растёт как высота пиков, так и их волновая продолжительность.

Проанализируем график зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных, приведённых на рисунке 25.

На графике данной зависимости отчетливо видны два пика коэффициента отражения на таких длинах волн, как 580–590 нанометров и 890–900 нанометров. Это значит то, что наблюдается около 71%-ое отражение электромагнитного излучения на диапазоне длин волн в 580–590 нанометров (область желтого, оранжевого цвета видимого излучения), а также около 43%-ое отражение излучения на диапазоне длин волн в 890–900 нанометров (область ближнего инфракрасного излучения). Следует отметить то, что коэффициент отражения на других длинах волн низок (0–18)%, значит интенсивность отражения излучения в этих диапазонах невысокая. Очевидно, что это четырёхслойное плёночное покрытие отличается тем, что имеет два пика высокого коэффициента отражения, один из которых выше, однако на меньших длинах волн, а другой ниже, но на больших длинах электромагнитных волн.



Введите параметры системы:

Количество слоёв (минимум 1): 4

Слой 1:

Толщина слоя в мкм: 50

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Слой 2:

Толщина слоя в мкм: 60

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 6

Слой 3:

Толщина слоя в мкм: 180

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Слой 4:

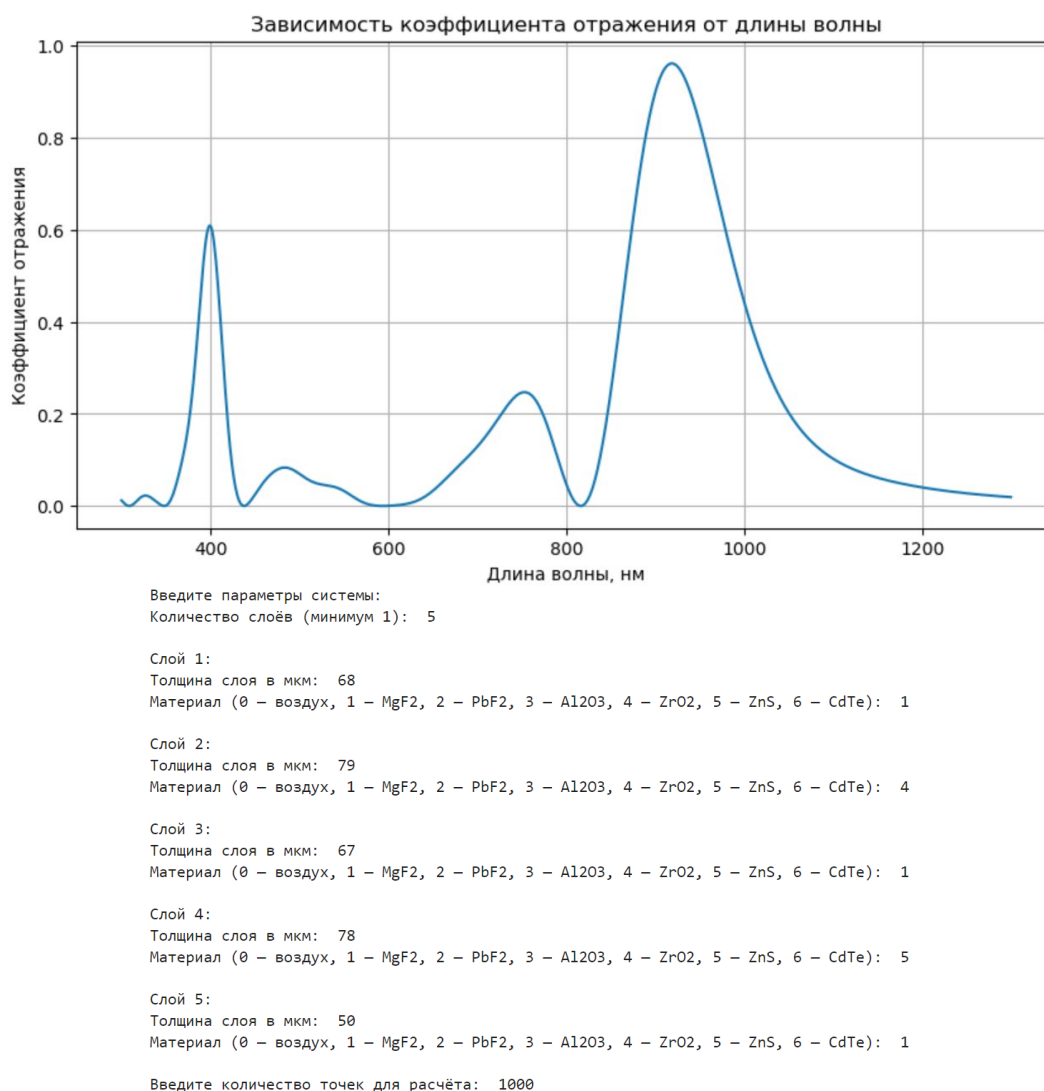
Толщина слоя в мкм: 50

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 4

Введите количество точек для расчёта: 1000

**Рисунок 25 — График зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных**

Проанализируем график зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных, приведённых на рисунке 26.

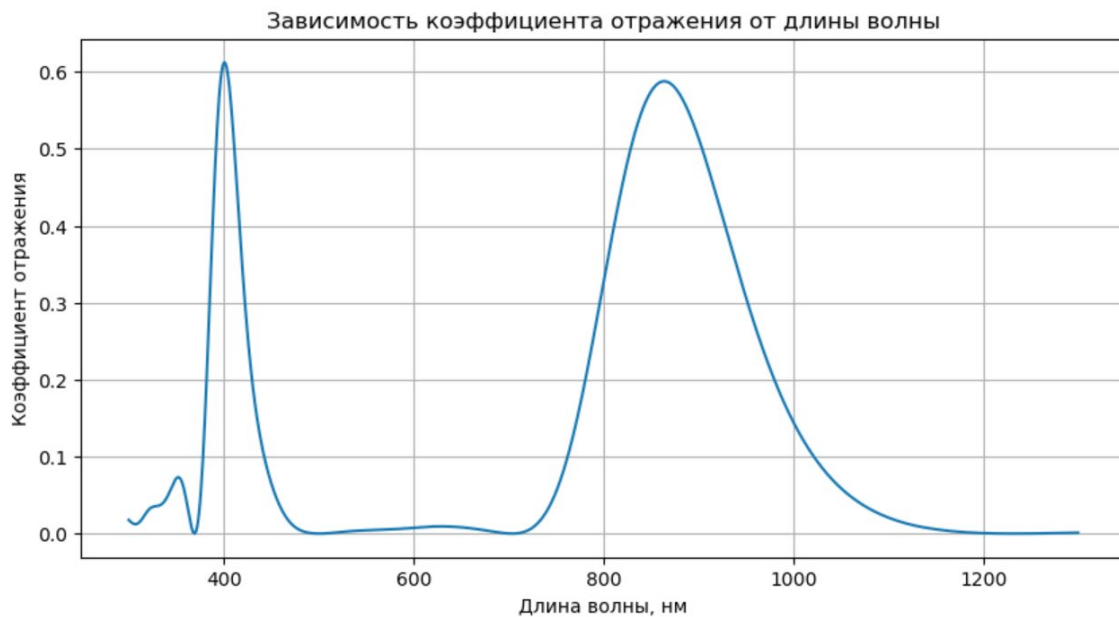


**Рисунок 26 — График зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных**

Отметим, что качественно график данной зависимости похож на предыдущий. На графике так же отчетливо видны два пика коэффициента отражения на таких длинах волн электромагнитного излучения, как 390–400 нанометров и 900–920 нанометров. Это означает то, что наблюдается около 60%-ое отражение электромагнитного излучения на диапазоне длин волн в 390–400 нанометров (область длинноволнового ультрафиолетового излучения, переходящая в фиолетовый цвет уже видимого излучения), а также около 98%-ое отражение излучения на диапазоне длин волн в 900–920 нанометров (область ближнего инфракрасного излучения). Следует отметить то, что коэффициент отражения на других длинах волн низок (0–22)%, значит интенсивность отражения излучения в этих диапазонах невысокая. Очевидно,

что это пятислойное плёночное покрытие отличается тем, что имеет два пика высокого коэффициента отражения, один из которых отражает слабее в диапазоне длинноволнового ультрафиолетового излучения/фиолетового цвета видимого излучения, а другой отражает сильнее в области ближнего инфракрасного излучения.

Проанализируем график зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных, приведённых на рисунке 27.



Введите параметры системы:

Количество слоёв (минимум 1): 5

Слой 1:

Толщина слоя в мкм: 38

Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Слой 2:

Толщина слоя в мкм: 76

Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 4

Слой 3:

Толщина слоя в мкм: 72

Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Слой 4:

Толщина слоя в мкм: 96

Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 6

Слой 5:

Толщина слоя в мкм: 45

Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Введите количество точек для расчёта: 1000

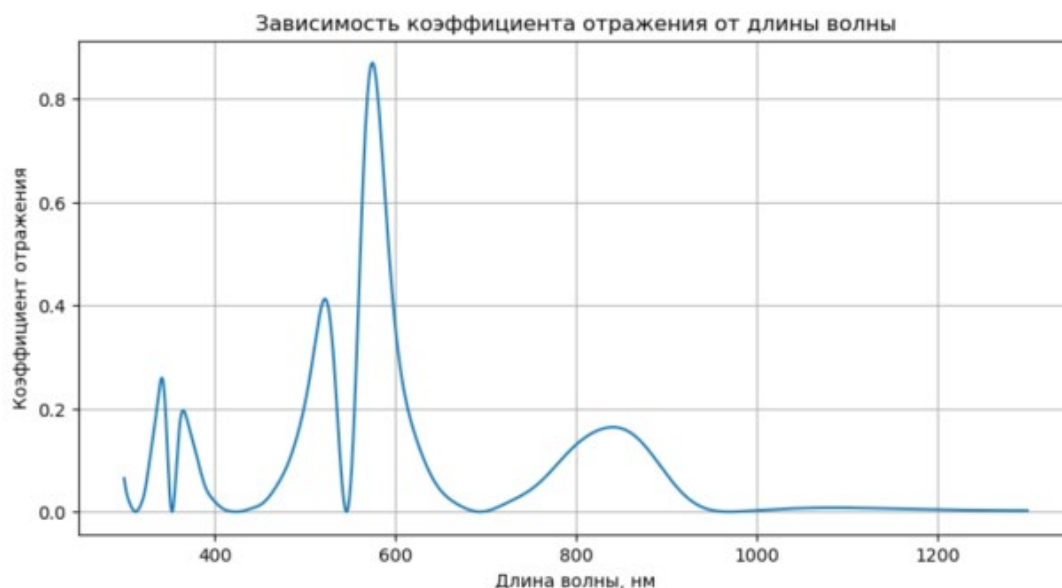
Рисунок 27 — График зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных

Качественно график данной зависимости вновь похож на пару предыдущих зависимостей. На графике так же отчетливо видны два пика коэффициента отражения на таких длинах волн электромагнитного излучения, как 400–405 нанометров и 870–880 нанометров. Это означает то, что наблюдается около 60%-ое отражение электромагнитного излучения на диапазоне длин волн в 400–405 нанометров (область длинноволнового ультрафиолетового излучения, переходящая в фиолетовый цвет уже видимого излучения), а также около 59%-ое отражение излучения на диапазоне длин волн в 870–880 нанометров (область ближнего инфракрасного излучения). Следует отметить то, что коэффициент отражения на других длинах волн очень низок (0–8)% по сравнению с полученными ранее зависимостями, значит интенсивность отражения излучения в этих диапазонах почти нулевая и всё излучение проходит сквозь многослойную плёночную структуру. Очевидно, что это пятислойное плёночное покрытие отражает на примерно таких же длинах волн, как и покрытие, зависимость коэффициента отражения которого представлена на рисунке 26. Однако данное покрытие отличается тем, что имеет два одинаковых по высоте пика коэффициента отражения, один из которых принадлежит диапазону более коротких длин волн, а другой — более длинных.

Проанализируем график зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных, приведённых на рисунке 28.

Качественно график данной зависимости отличается от ранее представленных зависимостей. На графике отчетливо видны два пика коэффициента отражения на таких длинах волн электромагнитного излучения, как 510–520 нанометров и 580–590 нанометров. Это означает то, что наблюдается около 41%-ое отражение электромагнитного излучения на диапазоне длин волн в 510–520 нанометров (область зелёного цвета видимого излучения), а также около 87%-ое отражение излучения на диапазоне длин волн в 580–590 нанометров (область жёлтого цвета видимого излучения, переходящая в оранжевую). Несмотря на то, что имеются более слабые пики

коэффициентов отражения на других диапазонах длин волн, график этой зависимости особо отличается тем, что два наибольших пика находятся сравнительно рядом.



Введите параметры системы:

Количество слоёв (минимум 1): 5

Слой 1:

Толщина слоя в мкм: 55

Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 5

Слой 2:

Толщина слоя в мкм: 80

Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 3

Слой 3:

Толщина слоя в мкм: 40

Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 4

Слой 4:

Толщина слоя в мкм: 50

Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Слой 5:

Толщина слоя в мкм: 75

Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 5

Введите количество точек для расчёта: 1000

Рисунок 28 — График зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных

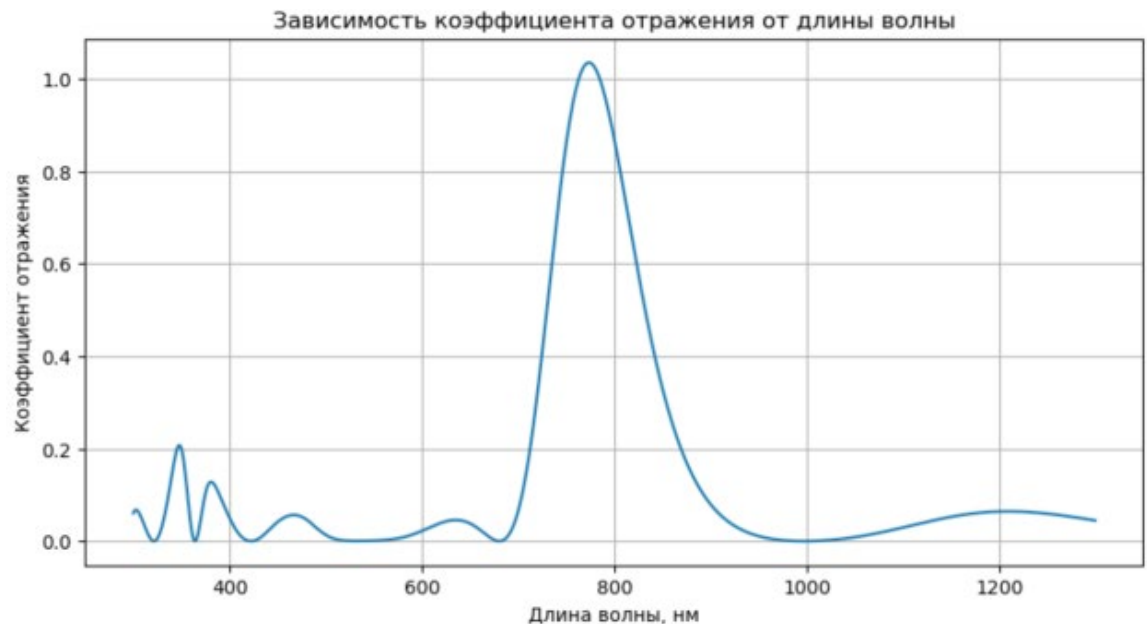
## 2.3 Анализ истинности гипотезы

В процессе моделирования различных плёночных покрытий, обладающих собственными уникальными параметрами, была выдвинута гипотеза о том, что при увеличении толщины слоёв пленочных покрытий на

одну определённую величину при прочих неизменных параметрах кривая графика смещается вправо по оси длин волн электромагнитного излучения от начала координат. При уменьшении толщины слоёв плёночных покрытий на одну определённую величину кривая графика смещается влево по оси длин волн электромагнитного излучения от начала координат.

Рассмотрим описанное явление на примере плёночной структуры, зависимость которой представлена на рисунке 22.

Увеличив толщину каждого слоя на 10 микрометров (см. рисунок 29), заметим, что график смещается вправо по оси длин волн электромагнитного излучения от начала координат на 50–60 нанометров.



Введите параметры системы:  
Количество слоёв (минимум 1): 4

Слой 1:  
Толщина слоя в мкм: 56  
Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Слой 2:  
Толщина слоя в мкм: 68  
Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 3

Слой 3:  
Толщина слоя в мкм: 85  
Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

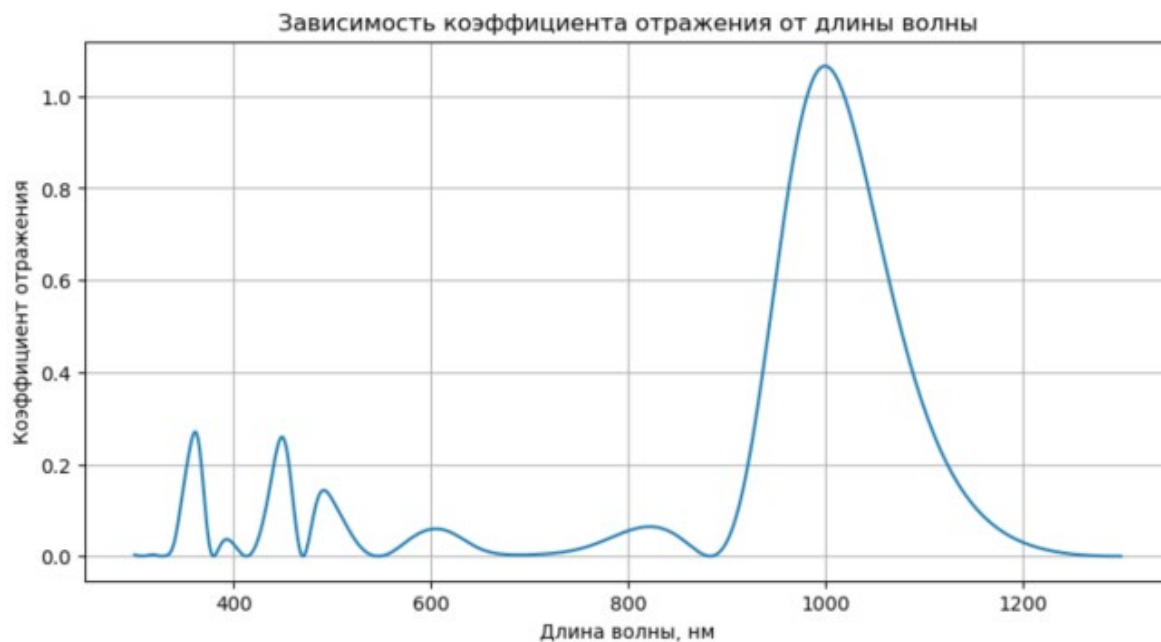
Слой 4:  
Толщина слоя в мкм: 66  
Материал (0 – воздух, 1 – MgF2, 2 – PbF2, 3 – Al2O3, 4 – ZrO2, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 4

Введите количество точек для расчёта: 1000

Рисунок 29 — График зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных



Увеличив толщину каждого слоя на 30 микрометров (см. рисунок 30), заметим, что график смещается вправо по оси длин волн электромагнитного излучения от начала координат на 320–330 нанометров.



Введите параметры системы:

Количество слоёв (минимум 1): 4

Слой 1:

Толщина слоя в мкм: 76

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Слой 2:

Толщина слоя в мкм: 88

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 3

Слой 3:

Толщина слоя в мкм: 105

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Слой 4:

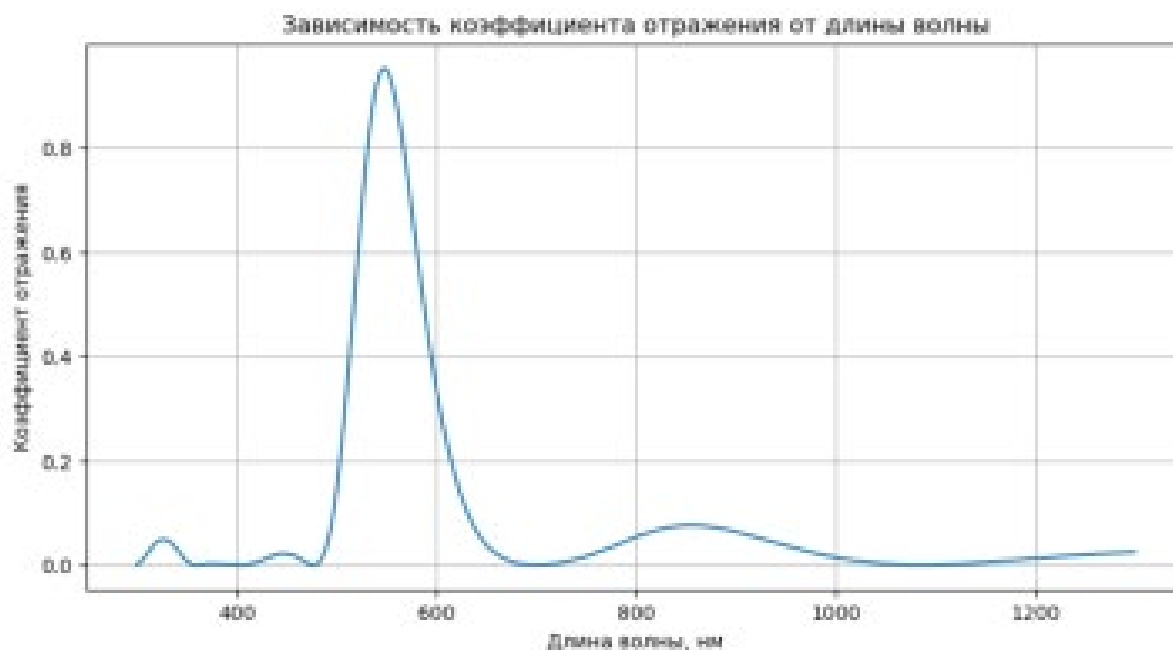
Толщина слоя в мкм: 86

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 4

Введите количество точек для расчёта: 1000

Рисунок 30 — График зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных

Уменьшив толщину каждого слоя на 10 микрометров (см. рисунок 31), заметим, что график смещается влево по оси длин волн электромагнитного излучения от начала координат на 90–100 нанометров.



Введите параметры системы:

Количество слоёв (минимум 1): 4

Слой 1:

Толщина слоя в мкм: 36

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Слой 2:

Толщина слоя в мкм: 48

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 3

Слой 3:

Толщина слоя в мкм: 65

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Слой 4:

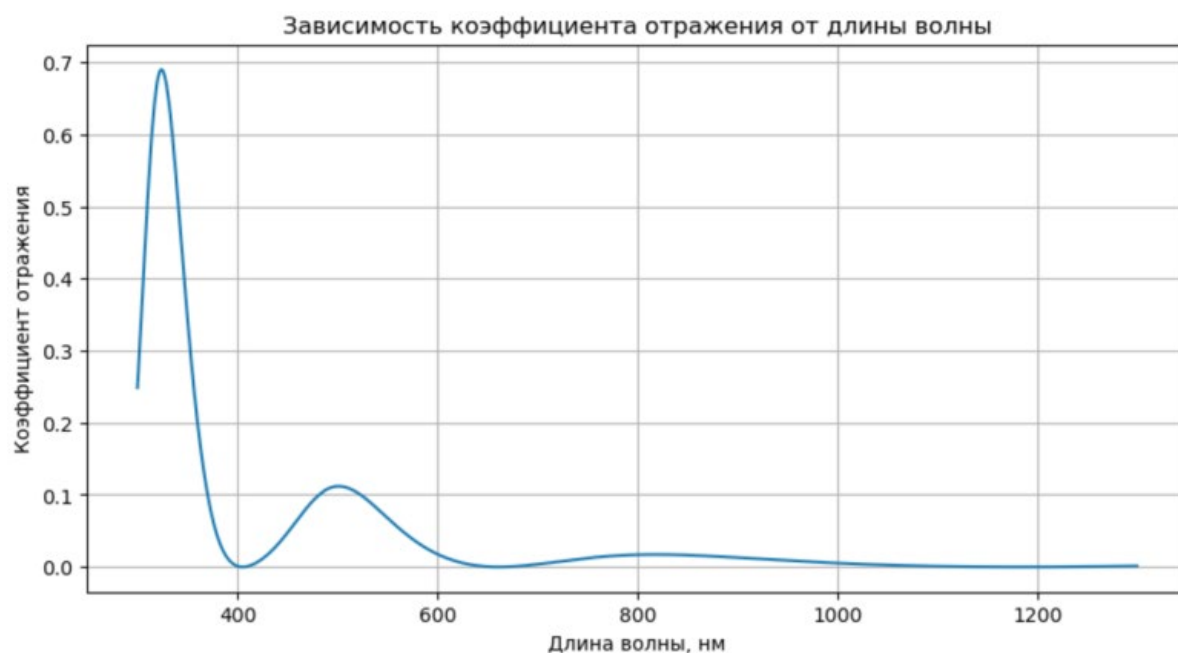
Толщина слоя в мкм: 46

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 4

Введите количество точек для расчёта: 1000

Рисунок 31 — График зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных

Уменьшив толщину каждого слоя на 30 микрометров (см. рисунок 32), заметим, что график смещается влево по оси длин волн электромагнитного излучения от начала координат на 320–330 нанометров.



Введите параметры системы:

Количество слоёв (минимум 1): 4

Слой 1:

Толщина слоя в мкм: 16

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Слой 2:

Толщина слоя в мкм: 28

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 3

Слой 3:

Толщина слоя в мкм: 45

Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 1

Слой 4:

Толщина слоя в мкм: 26

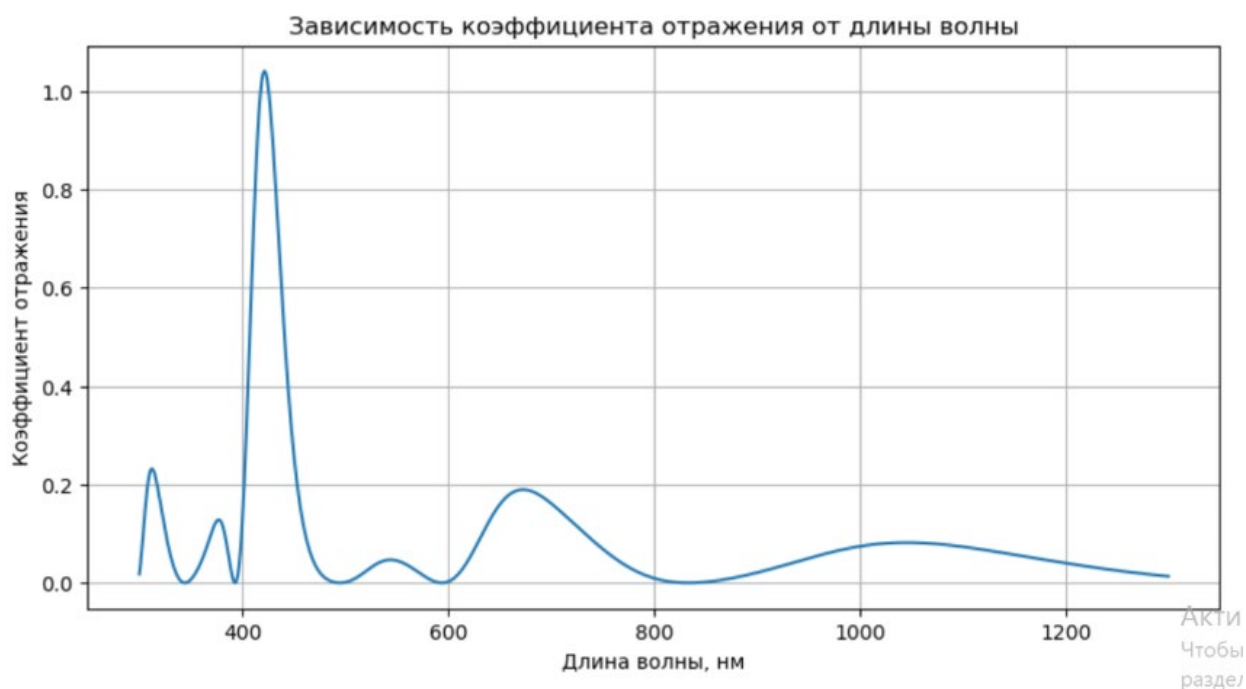
Материал (0 – воздух, 1 – MgF<sub>2</sub>, 2 – PbF<sub>2</sub>, 3 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – ZrO<sub>2</sub>, 5 – ZnS, 6 – CdTe): 4

Введите количество точек для расчёта: 1000

Рисунок 32 — График зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных

Гипотеза пока что наглядно подтверждена, однако стоит попробовать её истинность, взяв другую зависимость, то есть график для другого плёночного покрытия. Используем график зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных, приведённых на рисунке 25.

Уменьшив толщину каждого слоя на 20 микрометров (см. рисунок 33), заметим, что график изменяет свою структуру кардинально, а не просто смещается в левую сторону. Тогда делаем вывод о том, что выдвинутая гипотеза описывает лишь частный случай поведения многослойного плёночного покрытия, значит гипотеза не может считаться подтверждённой.



Введите параметры системы:  
Количество слоёв (минимум 1): 4

Слой 1:  
Толщина слоя в мкм: 30  
Материал (0 — воздух, 1 — MgF2, 2 — PbF2, 3 — Al2O3, 4 — ZrO2, 5 — ZnS, 6 — CdTe): 1

Слой 2:  
Толщина слоя в мкм: 40  
Материал (0 — воздух, 1 — MgF2, 2 — PbF2, 3 — Al2O3, 4 — ZrO2, 5 — ZnS, 6 — CdTe): 6

Слой 3:  
Толщина слоя в мкм: 160  
Материал (0 — воздух, 1 — MgF2, 2 — PbF2, 3 — Al2O3, 4 — ZrO2, 5 — ZnS, 6 — CdTe): 1

Слой 4:  
Толщина слоя в мкм: 30  
Материал (0 — воздух, 1 — MgF2, 2 — PbF2, 3 — Al2O3, 4 — ZrO2, 5 — ZnS, 6 — CdTe): 4

Введите количество точек для расчёта: 1000

Рисунок 33 — График зависимости коэффициента отражения от длины волны с параметрами входных данных

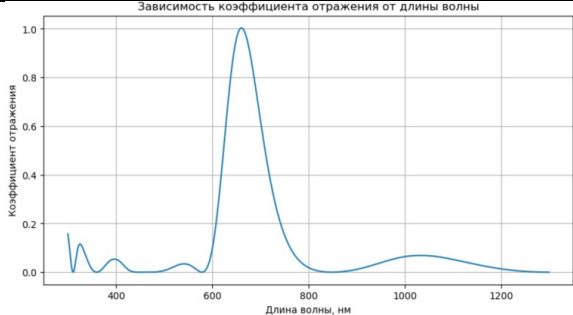
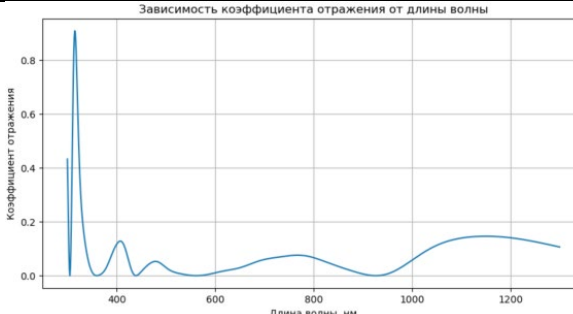
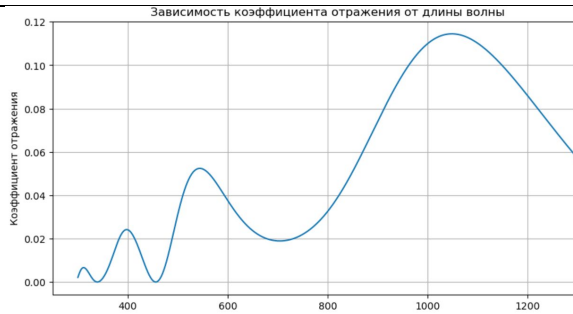
## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе выполнения научно-исследовательской работы были достигнуты все задачи исследования. Изучены различные источники информации на тему оптических явлений и роли многослойных плёночных покрытий в оптике в настоящее время и несколько поколений назад. Также были изучены научные труды о различных оптических свойствах химических веществ, широко используемых в качестве материалов для создания тончайших плёночных структур. Была изучена интерференция электромагнитных волн, физика отражения и преломления света как в однослойных, так и многослойных плёночных покрытиях. Также были раскрыты понятия когерентных волн, разности фаз и фазового сдвига, а также оптической длины пути света в веществе, поляризации волн и зависимости энергетического показателя преломления вещества от амплитудного. Исследованы труды и опыты таких великих учёных, как Томас Юнг, Христиан Гюйгенс и Огюстен Жан Френель. Подробным образом были изучены формулы Огюстена Жана Френеля о преломлении и отражении света в веществе. На основе найденной информации была написана программа на языке программирования Python, которая моделирует структуру многослойных плёночных покрытий и определяет их оптические возможности и свойства. Программа была протестирована, проанализированы графики зависимости коэффициента отражения разработанных плёночных покрытий от длины волны в нанометрах. Гипотеза, которая была выдвинута на основании того, что, изменяя толщину слоёв, можно изменять отражаемый диапазон без изменения вида зависимости, оказалась истинной лишь для частного случая поведения коэффициента отражения плёночного покрытия и была опровергнута.

Цель научно-исследовательской работы была достигнута, были разработаны плёночные покрытия, состоящие из различных материалов, толщин и комбинаций слоёв для отражения волн определённого диапазона

электромагнитного излучения с помощью программы на языке программирования Python. Разработанные плёночные покрытия с их параметрами и отражаемой способностью приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Характеристики плёночных покрытий

Название покрытия	Кол-во слоёв	Состав/слои	Толщины слоёв, мкм	Отражающая способность	Диапазоны относительно высокого отражения, нм
Покрытие № 1 (Рисунок 22)	4	MgF <sub>2</sub>	46		650–680
		Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	58		
		MgF <sub>2</sub>	75		
		ZrO <sub>2</sub>	56		
Покрытие № 2 (Рисунок 23)	4	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	73		300–315
		ZrO <sub>2</sub>	65		
		MgF <sub>2</sub>	54		
		Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	15		
Покрытие № 3 (Рисунок 24)	4	MgF <sub>2</sub>	50		350–360; 390–410; 570–600; 970–1150
		ZrO <sub>2</sub>	50		
		Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	50		
		MgF <sub>2</sub>	50		

Покрытие № 4 (Рисунок 25)	4	MgF <sub>2</sub>	50	<p>Зависимость коэффициента отражения от длины волны</p>	580– 590; 890– 900
		CdTe	60		
		MgF <sub>2</sub>	180		
		ZrO <sub>2</sub>	50		
Покрытие № 5 (Рисунок 26)	5	MgF <sub>2</sub>	68	<p>Зависимость коэффициента отражения от длины волны</p>	390– 400; 900– 920
		ZrO <sub>2</sub>	79		
		MgF <sub>2</sub>	67		
		ZnS	78		
		MgF <sub>2</sub>	50		
Покрытие № 6 (Рисунок 27)	5	MgF <sub>2</sub>	38	<p>Зависимость коэффициента отражения от длины волны</p>	400– 405; 870– 880
		ZrO <sub>2</sub>	76		
		MgF <sub>2</sub>	72		
		CdTe	96		
		MgF <sub>2</sub>	45		
Покрытие № 7 (Рисунок 28)	5	ZnS	55	<p>Зависимость коэффициента отражения от длины волны</p>	510– 520; 580– 590
		Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	80		
		ZrO <sub>2</sub>	40		
		MgF <sub>2</sub>	50		
		ZnS	75		

### Список литературы

1. Бейдер Д. Чистый Python. Тонкости программирования для профи. — СПб.: Питер, 2018. — 288 с.: ил. — (Серия «Библиотека программиста»).
2. Витебский государственный университет им. П. М. Машерова. Изучение явления интерференции света. [Электронный ресурс] Режим доступа URL: <https://studfile.net/preview/8838185/> (дата обращения 15.12.24).
3. Государственный Интернет-Канал “Россия”. Какое существует оптическое оборудование и в каких сферах оно находит свое применение. [Электронный ресурс] Режим доступа URL: <https://vesti42.ru/novosti-so-vsego-sveta/kakoe-sushhestvuet-opticheskoe-oborudovanie-i-v-kakih-sferah-ono-nahodit-svoe-primenenie/> (дата обращения 15.07.24).
4. Губанова Л.А., Оптические покрытия. Учебное пособие. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2012. – 101с.
5. Кабардин О. Ф. Физика: Справ. материалы: Учеб. пособие для учащихся. — 3-е изд. — М.: Просвещение, 1991. — 367 с.
6. «Лазерные компоненты», 2024. Оптические покрытия: что это такое и для чего применяются. [Электронный ресурс] Режим доступа URL: <https://lasercomponents.ru/blog/11217/> (дата обращения 21.11.24).
7. Лапочкин Д. В. Покрытия очковых линз. [Электронный ресурс] Режим доступа URL: <https://www.vseozrenii.ru/ochki/pokrytiya-ochkovyh-linz/> (дата обращения 17.07.24).



8. Папалекси Н.Д. Курс физики. Т. 2. Электричество. Оптика. Физика атомного ядра. — М.: ОГИЗ Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1947. — 696 с.
9. Путилин Э.С., Оптические покрытия. Учебное пособие. — СПб: СПбГУ ИТМО, 2010 – 227с.
10. РА «Веко». История разработки, применения и развития материалов, используемых в очковых и контактных линзах. Часть I. Очковые линзы. [Электронный ресурс] Режим доступа URL: <https://www.ochki.com/articles/istoriya-razrabotki-primeneniya-i-razvitiya-materialov-ispolzuemyix-v-ochkovyix-i-kontaktnyix-linzax> (дата обращения 06.12.24).
11. Риттер Э. Пленочные диэлектрические материалы для оптических применений: В кн.: Физика тонких пленок. — М.: Мир, 1978. Т. 8. С. 60—70.
12. Савельев И. В. Курс общей физики: Учеб. пособие. В 3-х т. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. — 3-е изд., испр. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. — 496 с., ил.
13. Хелпикс.Орг - 2014-2025 год. S- и p-поляризации волн. [Электронный ресурс] Режим доступа URL: <https://helpiks.org/2-23084.html> (дата обращения 09.12.24).
14. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике: 4-е изд., испр.—М.: Наука. Физматлит, 1996.—624 с.—ISBN 5-02-015158-0.

15. Яковлев П. П., Мешков Б.Б. Проектирование интерференционных покрытий. — М.: Машиностроение, 1987. — 192 с., ил. — (Б-ка приборостроителя).

16. Polyanskiy M. N. Refractiveindex.info database of optical constants. Sci. Data 11, 94 (2024) [Электронный ресурс] Режим доступа URL: <https://refractiveindex.info/> (дата обращения 05.08.24).

## Приложение

### Список литературы Приложение

## Приложение

```
import math
# Импорт модуля math,
# который предоставляет функции для математических вычислений.
import matplotlib.pyplot as plt
# Импорт библиотеки matplotlib для построения графиков.

class Wave:
    # Класс Wave описывает поведение волны, её параметры, движение и
    отражение в многослойной среде.

    wavelength: float # Длина волны
    ampl: float # Амплитуда волны
    phase: float # Фаза волны
    surface: int # Номер текущего слоя (поверхности), где находится
волна
    surface_max: int # Номер последнего слоя, до которого волна может
дойти (исключая воздух и подложку)
    direction: int # Направление волны: 1 - вниз (в сторону подложки), -1
- вверх (в сторону воздуха)
    out: int # Статус волны: 0 - внутри структуры, 1 - волна вышла
наружу
```

```

def __init__(self, wavelength=632, ampl=1, phase=0, surface=0,
surface_max=1, direction=1, out=0):
    # Конструктор для инициализации волны с заданными
параметрами.

    self.wavelength = wavelength # Устанавливаем длину волны.
    self.ampl = ampl # Устанавливаем амплитуду волны.
    self.phase = phase # Устанавливаем фазу волны.
    self.surface = surface # Устанавливаем номер текущего слоя.
    self.surface_max = surface_max # Устанавливаем номер последнего
слоя.

    self.direction = direction # Устанавливаем направление движения
волны.

    self.out = out # Устанавливаем статус волны (внутри или снаружи).

def run(self, layers, refr_index):
    # Метод для перемещения волны внутри слоев с учетом фазового
сдвига, вызванного переходом через каждый слой.

    if self.direction == 1:
        # Если волна движется вниз (в сторону подложки), то вычисляем
фазовый сдвиг, используя показатель преломления слоя.

        self.phase += 2. * math.pi * refr_index[self.surface + 1] *
layers[self.surface + 1].d / self.wavelength
    else:
        # direction == -1

        # Если волна движется вверх (в сторону воздуха), то вычисляем
фазовый сдвиг по аналогии.

        self.phase += 2. * math.pi * refr_index[self.surface] *
layers[self.surface].d / self.wavelength

    self.surface += self.direction # Перемещаем волну на следующий
слой (или назад, если волна идет вверх).

    return 0

```

```

def reflect(self, layers):
    # Метод для обработки отражения волны от поверхности слоя или
    # подложки.

    if self.direction == 1:
        # Если волна движется вниз (к следующему слою), получаем
        # показатели преломления двух слоев.
        n1 = layers[self.surface].n(self.wavelength)
        n2 = layers[self.surface + 1].n(self.wavelength)
    else: # direction == -1
        # Если волна движется вверх (к предыдущему слою), получаем
        # показатели преломления обратных слоев.
        n1 = layers[self.surface + 1].n(self.wavelength)
        n2 = layers[self.surface].n(self.wavelength)

    if (self.surface == self.surface_max) and (self.direction == 1):
        # Если волна дошла до последнего слоя (подложки) и движется
        # вниз, происходит отражение от подложки.
        self.ampl *= abs(n1 - n2) / (n1 + n2) # Изменение амплитуды из-за
        # отражения.
        if n2 > n1:
            self.phase += math.pi # Фазовый сдвиг, если второй слой
            # плотнее первого.
            self.direction *= -1 # Направление меняется на противоположное
            # (волна идет вверх).
        elif (self.surface == 0) and (self.direction == 1):
            # Если волна в воздухе и движется вниз, происходит отражение
            # от поверхности первого слоя.
            self.ampl *= 2. * n1 / (n1 + n2) # Изменение амплитуды
            # пропущенной внутрь волны.

```

```

        return Wave(self.wavelength, self.ampl * abs(n1 - n2) / (n1 + n2),
self.phase + math.pi, self.surface, self.surface_max, -self.direction, 1)

    elif (self.surface == 0) and (self.direction == -1):

        # Если волна в воздухе и движется вверх (покидает систему),
она выходит наружу.

        self.ampl *= 2. * n1 / (n1 + n2) # Изменение амплитуды
выпущенной наружу волны.

        self.out = 1 # Волна выходит наружу.

        return Wave(self.wavelength, self.ampl * abs(n1 - n2) / (n1 + n2),
self.phase, self.surface, self.surface_max, -self.direction, 0)

    else:

        # Отражение внутри структуры (не на границе с воздухом).

        self.ampl *= 2. * n1 / (n1 + n2) # Изменение амплитуды.

        if ((self.direction == 1) and (n2 > n1)) or ((self.direction == -1) and
(n1 > n2)):

            # Если происходит переход в более плотную среду,
добавляется фазовый сдвиг.

            return Wave(self.wavelength, self.ampl*abs(n1 - n2)/(n1 + n2),
self.phase + math.pi, self.surface, self.surface_max, -self.direction, 0)

        else:

            return Wave(self.wavelength, self.ampl * abs(n1 - n2) / (n1 + n2),
self.phase, self.surface, self.surface_max, -self.direction, 0)

class Layer:

    # Класс "Layer" описывает свойства слоев в многослойной структуре.

    d: float # Толщина слоя

    material: int # Тип материала слоя (0 - воздух, 1 - MgF2, 2 - PbF2, и
т.д.)

```

```

def __init__(self, d=100, material=1):
    # Конструктор для инициализации слоя с заданной толщиной и
    # материалом.

    self.d = d # Устанавливаем толщину слоя.

    self.material = material # Устанавливаем материал слоя.

def n(self, x): # Метод для вычисления показателя преломления для
данной длины волны x.

    if self.material == 0: # Воздух
        return 1

    elif self.material == 1: # MgF2
        return (1 + 0.27620 + 0.60967 / (1 - (0.08636 / x) ** 2) + 0.0080 / (1
- (18.0 / x) ** 2) + 2.14973 / (1 - (25.0 / x) ** 2)) ** 0.5

    elif self.material == 2: # PbF2
        return (1 + 0.66959342 / (1 - (0.00034911 / x) ** 2) + 1.3086319 / (1
- (0.17144455 / x) ** 2) + 0.01670641 / (1 - (0.28125513 / x) ** 2) + 2007.8865 /
(1 - (796.67469 / x) ** 2)) ** 0.5

    elif self.material == 3: # Al2O3
        return (1 + 1.023798 / (1 - (0.06144821 / x) ** 2) + 1.058264 / (1 -
(0.1106997 / x) ** 2) + 5.280792 / (1 - (17.92656 / x) ** 2)) ** 0.5

    elif self.material == 4: # ZrO2
        return (1 + 1.347091 / (1 - (0.062543 / x) ** 2) + 2.117788 / (1 -
(0.166739 / x) ** 2) + 9.452943 / (1 - (24.320570 / x) ** 2)) ** 0.5

    elif self.material == 5: # ZnS
        return (8.393 + 0.14383 / (x ** 2 - 0.2421 ** 2) + 4430.99 / (x ** 2 -
36.71 ** 2)) ** 0.5

    elif self.material == 6: # CdTe
        return (1 + 4.68 + 1.53 / (1 - 0.366 / x ** 2)) ** 0.5

    elif self.material == 7: # SiO2 (подложка-субстрат)

```

```

        return (1 + 0.6961663 / (1 - (0.0684043 / x) ** 2) + 0.4079426 / (1 -
(0.1162414 / x) ** 2) + 0.8974794 / (1 - (9.896161 / x) ** 2)) ** 0.5

```

```

    else:

```

```

        return 0

```

# Другие материалы аналогично (для каждого материала свои формулы для вычисления  $n(x)$ )

```

def count_available_waves(waves, min_ampl):

```

# Функция для подсчета волн, которые внутри и имеют амплитуду больше минимальной.

```

    count = 0

```

```

    for wave in waves:

```

```

        if (wave.out == 0) and (wave.ampl > min_ampl):

```

```

            count += 1

```

```

    return count

```

```

def sum_refr_signal(waves):

```

# Функция для суммирования сигналов от всех волн, которые вышли из системы.

```

    signal = 0

```

```

    for wave in waves:

```

```

        if wave.out == 1:

```

```

            signal += wave.ampl * math.sin(wave.phase)

```

```

    return signal

```

# Ввод параметров

```

print("Введите параметры системы:")

```

```

num_layers = int(input("Количество слоёв (минимум 1): "))

```

```

layers = [Layer(100, 0)] # Воздух

```



```

for i in range(1, num_layers + 1):
    print(f"\nСлой {i}:")
    d = float(input("Толщина слоя в мкм: "))
    material = int(input("Материал (0 — воздух, 1 — MgF2, 2 — PbF2, 3
— Al2O3, 4 — ZrO2, 5 — ZnS, 6 — CdTe): "))
    layers.append(Layer(d, material))

layers.append(Layer(100, 7)) # Подложка SiO2

surface_max = len(layers) - 2
min_ampl = 1e-4

# Ввод диапазона длин волн
num_wavelengths = int(input("\nВведите количество точек для расчёта:
"))

# Ввод числа длин волн, которые будут симулироваться.
wavelengths = [300 + i for i in range(num_wavelengths)] # Диапазон длин
волн

# от 300 нм
signals = [] # Список для хранения сигналов для каждой длины волны.

# Основной расчёт
for wavelength in wavelengths:
    # Для каждой длины волны рассчитываем её преломляющие показатели
и симулируем распространение волн.
    refr_index = [] # Список для вычисления показателей преломления
для всех слоев.
    for layer in layers:
        refr_index.append(layer.n(wavelength))

```

```

waves = [Wave(wavelength, ampl=1, phase=0, surface=0,
surface_max=surface_max, direction=1, out=0)]

# Инициализация начальной волны.
num_available_waves = count_available_waves(waves, min_ampl)

# Пока есть волны с достаточной амплитудой, выполняем их
обработку.
while num_available_waves > 0:
    # Отражение и прохождение
    for i in range(len(waves)):
        if (waves[i].out == 0) and (waves[i].ampl > min_ampl):
            wave_new = waves[i].reflect(layers) # Обработка отражения для
каждой волны.
            if wave_new is not None:
                waves.append(wave_new) # Добавление новой волны в
список.

    # Распространение
    for wave in waves:
        if (wave.out == 0) and (wave.ampl > min_ampl):
            wave.run(layers, refr_index) # Перемещение волны по слоям.
    num_available_waves = count_available_waves(waves, min_ampl)

signals.append(sum_refr_signal(waves))

# Суммирование всех сигналов, которые вышли из системы для
текущей длины волны.

refr_coef = [x ** 2 for x in signals] # Коэффициент отражения здесь -
квадрат амплитудного
# коэффициента отражения.

```

# Построение графика зависимости коэффициента отражения от длины волны.

```
plt.figure(figsize=(10, 5))  
plt.plot(wavelengths, refr_coef)  
plt.xlabel('Длина волны, нм') # Подпись оси X.  
plt.ylabel('Коэффициент отражения') # Подпись оси Y.  
plt.title('Зависимость коэффициента отражения от длины волны')  
plt.grid()  
plt.show() # Отображение графика.
```

Межрегиональная олимпиада школьников  
«Будущие исследователи – будущее науки»

Финальный тур

Шифр

ФВ-1

Предмет Физика

ФИО участника (полностью) Егоров Алексей Игоревич

Дата рождения (дд.мм.гггг) 10.01.2008

Город Саров Область Нижегородская

Образовательное учреждение МБОУ "Гимназия № 2"

Класс 10

Межрегиональная олимпиада школьников  
«Будущие исследователи – будущее науки»

Финальный тур

Чистовик

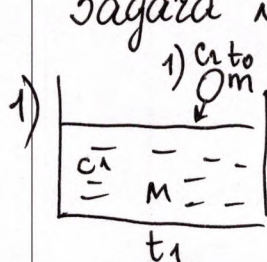
ФИЗИКА

Шифр

ФВ-1

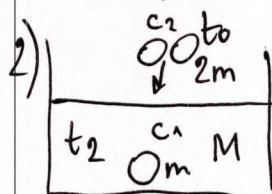
Задача №1	Задача №2	Задача №3	Задача №4	Задача №5	Итоговый балл	Подписи членов комиссии
25	25	5	20	-	75	

Задача №1.



$$1) c_B M(t_2 - t_1) + c_2 m(t_2 - t_0) = 0$$

$$2) c_B M(t_3 - t_2) + c_2 m(t_3 - t_2) + c_2 2m(t_3 - t_0) = 0$$



$$1) c_B = c_1$$

$$c_1 M t_2 - c_1 M t_1 + c_2 m t_2 - c_2 m t_0 = 0$$

$$c_1 M t_3 - c_1 M t_2 + c_2 m t_3 - c_2 m t_2 + 2c_2 m t_3 - 2c_2 m t_0 = 0$$

$$1) c_1 M(t_2 - t_1) = c_2 m(t_0 - t_2)$$

$$c_1 M = \frac{c_2 m(t_0 - t_2)}{t_2 - t_1}$$

$$2) \frac{c_2 m(t_0 - t_2)}{t_2 - t_1} t_3 - \frac{c_2 m(t_0 - t_2)}{t_2 - t_1} t_2 + c_2 m t_3 - c_2 m t_2 + 2c_2 m t_3 - 2c_2 m t_0 = 0$$

$$t_3 \frac{t_0 - t_2}{t_2 - t_1} - t_2 \frac{t_0 - t_2}{t_2 - t_1} + t_3 - t_2 + 2t_3 - 2t_0 = 0$$

$$t_3 \frac{t_0 - t_2}{t_2 - t_1} - t_2 \frac{t_0 - t_2}{t_2 - t_1} + 3t_3 - t_2 - 2t_0 = 0 \quad | \times (t_2 - t_1)$$

$$t_3(t_0 - t_2) - t_2(t_0 - t_2) + 3t_3(t_2 - t_1) - t_2(t_2 - t_1) - 2t_0(t_2 - t_1) = 0$$

$$t_3 t_0 - t_3 t_2 - t_2 t_0 + t_2^2 + 3t_3 t_2 - 3t_3 t_1 - t_2^2 + t_2 t_1 - 2t_0 t_2 + 2t_0 t_1 = 0$$

$$t_3 t_0 + 2t_3 t_2 - 3t_2 t_0 - 3t_3 t_1 + t_2 t_1 + 2t_0 t_1 = 0$$

$$2t_3 t_2 - 3t_2 t_0 + t_2 t_1 = 3t_3 t_1 - 2t_0 t_1 - t_3 t_0$$



$$t_2 = \frac{3t_3t_1 - 2t_0t_1 - t_3t_0}{2t_3 - 3t_0 + t_1} = \frac{t_1(3t_3 - 2t_0) - t_3t_0}{2t_3 - 3t_0 + t_1}$$

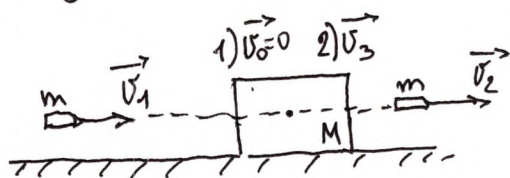
В числах:

$$t_2 = \frac{60(150 - 40) - 50 \cdot 20}{100 - 60 + 60} = \frac{60 \cdot 110 - 50 \cdot 20}{100} = 66 - 10 = 56^\circ\text{C}$$

Ответ:  $t_2 = 56^\circ\text{C}$



Задача № 2.



$$\begin{cases} m v_1 = m v_2 + M v_3 \\ \frac{m v_1^2}{2} = \frac{M v_3^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2} + Q \end{cases}$$

$$m v_1^2 = M \left( \frac{m v_1 - m v_2}{M} \right)^2 + m v_2^2 + 2Q$$

$$m v_1^2 = \frac{M \cdot m^2 (v_1 - v_2)^2}{M^2} + m v_2^2 + 2Q$$

$$M m v_1^2 = m^2 (v_1 - v_2)^2 + M m v_2^2 + 2QM$$

$$2QM = \frac{M m v_1^2 - m^2 (v_1 - v_2)^2 - M m v_2^2}{2M}$$

$$Q = \frac{m v_1^2}{2} - \frac{m^2 (v_1 - v_2)^2}{2M} - \frac{m v_2^2}{2}$$

Ответ:  $Q = \frac{m}{2} \left( v_1^2 - \frac{(v_1 - v_2)^2}{M} - v_2^2 \right)$

Скорость бруска после пробития  $\vec{v}_3$ .

ЗМ:

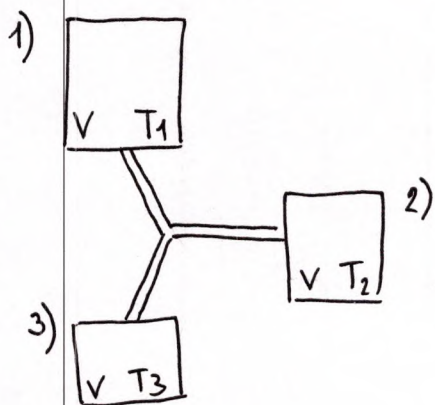
$$m v_1 = m v_2 + M v_3$$

ЗЭЖ:

$$\frac{m v_1^2}{2} = \frac{M v_3^2}{2} + \frac{m v_2^2}{2} + Q$$

(25)

### Задание 3



Было: во всех ~~V~~ V и  $T_0$

$$pV = \nu RT_0$$

$$p_1 = p_2 = p_3 = \nu R \frac{T_0}{V} \quad (\text{сначала})$$

Стало:

$$\cancel{\nu RT_1} \quad p_{1k} = p_{2k} = p_{3k} = \frac{\nu RT_x}{V}$$

$$\cancel{\nu RT_2}$$

$$\cancel{\nu RT_3}$$

Т.к. сосуды сообщаются, то в конце концов в каждом сосуде одна температура  $T_x$ , т.е.

$$T_x = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3} \quad (\text{Объём не меняется, масса тоже})$$

Давление во всех тоже стабилизируется:

$$p_{1k} = p_{2k} = p_{3k} = \frac{\nu RT_x}{V} = p_x$$

Сумма:

$$\begin{cases} p_x V = \nu R T_x \\ p V = \nu R T_0 \\ T_x = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} 3 p_x V = \nu R (T_1 + T_2 + T_3) \\ p V = \nu R T_0 \end{cases} \quad | \textcircled{:}$$

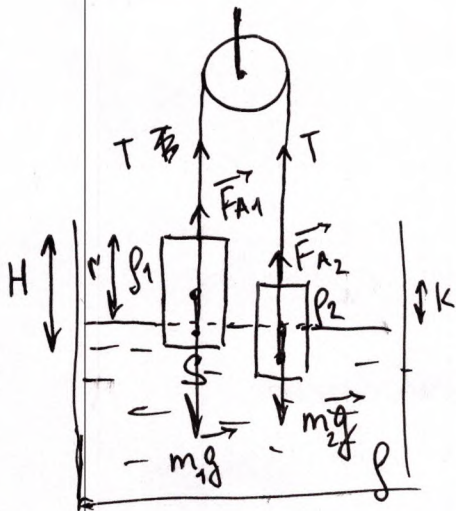
$$\frac{3 p_x V}{p V} = \frac{\nu R (T_1 + T_2 + T_3)}{3 \nu R T_0}$$

$$\frac{p_x}{p} = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3 T_0} ; \quad \frac{p_x}{p} = \frac{100 + 160 + 200}{120} = \frac{23}{6}$$

Отвеч:  $\frac{p_x}{p} = \frac{23}{6}$  ; в  $\frac{23}{6}$  раза 5-10



Задача 4.



Силы натяжения нити равны  $T$ , т.к. они идеальны  
 $\rho_1 > \rho$ ;  $\rho_2 > \rho$ .

Изначально:

$$\begin{cases} m_1g = T + F_{A1} ; & F_{A1} = \rho g S \frac{H}{3} \\ m_2g = T + F_{A2} ; & F_{A2} = \rho g S \frac{H}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho_1 S H g = T + \rho g S \frac{H}{3} \\ \rho_2 S H g = T + \rho g S \frac{H}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_1 S H g - \rho g S \frac{H}{3} = \rho_2 S H g - \rho g S \frac{H}{2}$$

$$\rho_1 - \frac{1}{3}\rho = \rho_2 - \frac{1}{2}\rho \Rightarrow \rho_2 - \rho_1 = \frac{\rho}{2} - \frac{\rho}{3} = \frac{3\rho - 2\rho}{6} = \frac{\rho}{6}$$

$$\rho_2 - \rho_1 = \frac{\rho}{6} \quad (\rho_2 > \rho_1 > \rho)$$

Когда дольют (аналогично)

$$\begin{cases} m_1g = T_1 + \rho g S x \\ m_2g = T_1 + \rho g S y \end{cases} \quad \begin{cases} \rho_1 g S H = T_1 + \rho g S x \\ \rho_2 g S H = T_1 + \rho g S y \end{cases}$$

$$\rho_1 g S H - \rho g S x = \rho_2 g S H - \rho g S y$$

$$\rho_1 H - \rho x = \rho_2 H - \rho y \quad \text{— } x \text{ и } y \text{ — сколько } \text{на} \text{ длины бруска в воде.}$$

$$\begin{cases} \rho(y-x) = H(\rho_2 - \rho_1) \\ \rho_2 - \rho_1 = \frac{\rho}{6} \end{cases} \Rightarrow \rho(y-x) = H \frac{\rho}{6}$$

$$y-x = \frac{H}{6}$$

$$d = 5 \text{ см}, \quad k = \frac{H}{2} = 3 \text{ см}; \quad r = \frac{2H}{3} = \frac{2 \cdot 6^2}{3} = 4 \text{ см (см. рисунок)} \Rightarrow$$

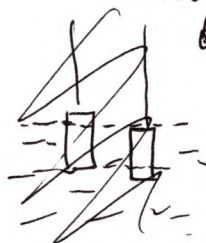
$\Rightarrow$  оба бруска будут под водой полностью. Брусек, который тяжелее будет полностью под водой

$$\begin{aligned} \rho_1 g H S &= T_2 + \rho g S H \\ \rho_2 g H S &= T_2 + \rho g S H \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \rho_1 g H S = T_2 + \rho_2 g S X \\ \rho_2 g H S = T_2 + \rho_2 g S H \end{cases}$$

Бруски точно не могут быть погружены оба

полностью,  
ведь тогда  
нить провис-  
нет.



$$\rho_1 g H S - \rho_2 g S X = \rho_2 g H S - \rho_2 g S H$$

$$\rho_1 H - \rho X = \rho_2 H - \rho H$$

$$\rho H - \rho X = H(\rho_2 - \rho_1) = \frac{\rho}{6} H$$

$$\rho H - \rho X = \rho \frac{H}{6}$$

$$\frac{5\rho H}{6} = \rho X$$

$$\frac{5H}{6} = X$$

Ответ: тяжёлый на ~~5 см~~ погружен полностью  
лёгкий на 5 см (~~см. рисунок~~).

20