



ШИФР

М-11-4
(заполняется членом оргкомитета или тех. секретариата)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников
«БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИ»по математике в 11 классе
(наименование общеобразовательного предмета)ФИО Подуровская Софья Петровна
(полностью! в именительном падеже)

Дата рождения

Школа МБОУ «Гимназия №2»район _____ город Барнаул**Особые отметки** (Заполняется представителем оргкомитета)
о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.Дата проведения 19.01.2025

Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с олимпиады с выставлением нуля баллов за выполняемую работу независимо от числа правильно выполненных заданий.

Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист папки «Письменная работа», ставит дату и подпись.

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной ручкой, одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета ручки следует обратиться за разрешением к организатору в аудитории).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы.

Нельзя делать исправления карандашом.

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

Правила поведения

Участник олимпиады обязан:

- занять место, которое ему указано организаторами в аудитории;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

Внимание. Если во время проверки письменных работ жюри обнаружит идентичный текст (или текст с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады запрещается:

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- иметь при себе любые средства мобильной связи, включая смартфон, микрофон, наушники, смарт-часы и пр.;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

ШИФР М-11-4
(заполняется сотрудником секретариата)

Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Сумма баллов
+	+	+12	0	0
20	20	10	0	0

Заполняется проверяющим!

Фамилию, имя, отчество не писать! Лист не подписывать!

~ 11.1

$$2\cos^4 x - \sin^3 x = 1$$

$$2(1 - \sin^2 x)^2 - \sin^3 x = 1$$

$$2(1 - 2\sin^2 x + \sin^4 x) - \sin^3 x = 1$$

$$2 - 4\sin^2 x + 2\sin^4 x - \sin^3 x = 1$$

$$(1 - 4\sin^2 x) + (2\sin^4 x - \sin^3 x) = 0$$

$$(1 - 2\sin x)(1 + 2\sin x) + \sin^3 x(2\sin x - 1) = 0$$

$$(2\sin x - 1)(\sin^3 x - 1 - 2\sin x) = 0$$

$$(2\sin x - 1)(\sin^3 x - \sin x - \sin x - 1) = 0$$

$$(2\sin x - 1)(\sin x(\sin^2 x - 1) - (\sin x + 1)) = 0$$

$$(2\sin x - 1)(\sin x(\sin x - 1)(\sin x + 1) - (\sin x + 1)) = 0$$

$$(2\sin x - 1)(\sin x + 1)(\sin^2 x - \sin x - 1) = 0$$

$$(2\sin x - 1)(\sin x + 1)\left(\sin x - \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)\right)\left(\sin x - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right)\right) = 0$$

тогда исходное уравнение равносильно совокупности

$$2\sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = -1$$

$$\sin x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\sin x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = -1$$

$$\sin x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

н.к.

$$\sqrt{5} > \sqrt{4}$$

$$\sqrt{5} > 2$$

$$1 + \sqrt{5} > 3$$

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} > 1.5, \text{ а } \sin x \leq 1$$

тогда $x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Сумма баллов

Ответ: $x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = (-1)^q \cdot \arcsin\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) + \pi q, q \in \mathbb{Z}$



~ 11.2

Обозначим радиус окружности с центром O_1 как r , а с центром O_2 как R .

Предположим, что окр. $(O_1; r)$ и окр. $(O_2; R)$

не касаются друг друга, тогда т.к.

они касаются уже имеют одну общую

точку C , то они пересекаются и имеют

2 общие точки. Пусть вторая точка

пересечения это т.к. P .

Заметим также, что окр. $(O_1; r)$ проходит

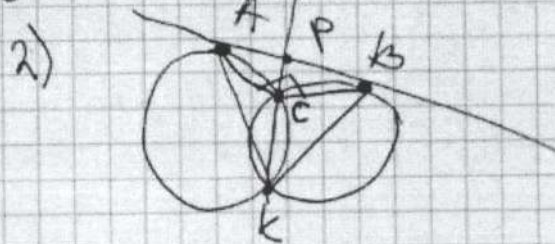
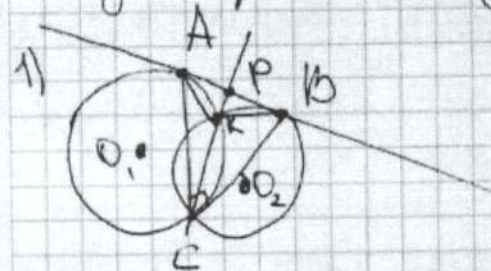
через т. A и касается прямой AB , а окр. $(O_2; R)$

проходит через т. B и касается $AB \Rightarrow$ окр. $(O_1; r)$

касается AB в т. A , а окр. $(O_2; R)$ касается

AB в т. B .

Тогда условию удовлетворяют два случая:



В обоих случаях проведем прямую CK

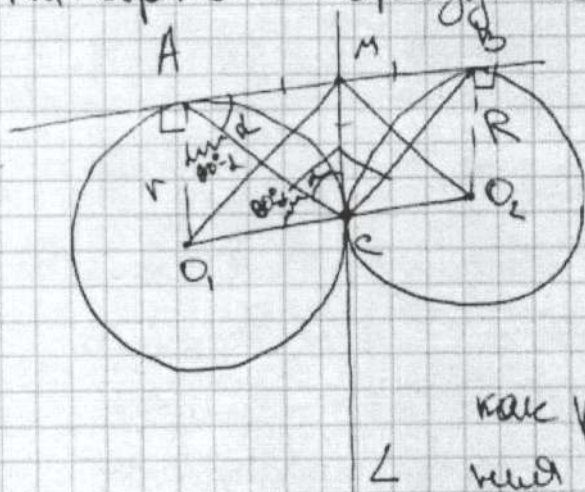
и обозначим $\angle AKB = P$

1) $\angle KCB$ вписан в окр. $(O_1; r)$ и $\angle KCB = \frac{1}{2} \angle AKB$, $\angle ACK$ вписан

в окр. $(O_2; R)$ и $\angle ACK = \frac{1}{2} \angle AKB$ и $\angle KCB + \angle ACK = 90^\circ$ (смп. 2 из 6

и двух касающихся
окружностей есть
ответственная общая точка!

На черном сразу обозначил β , как M


$$O_1A \perp AB, \quad O_2B \perp AB$$

как редукции, проведённые
в т. числе. Также

O_1, C, O_2 лежат на одной
прямой, т.к. $O_1C \perp L$ и $O_2C \perp L$
радиусы проведённые в точку кас.

2. Виды

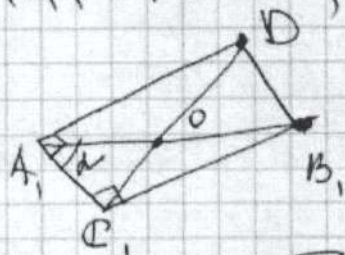
Из условия $\angle BAC = \alpha$, тогда $\angle ACM = \alpha$, т.к. $\triangle AMC$ рб
($AM = MC$ как медиана проведённая к гипотенузе)

$$\angle O_1AC = 90^\circ - \alpha, \text{ m.k. } AO_1 = O_1C = r, \text{ mo } \triangle AO_1C \text{ p.r.d.}$$
$$\angle O_1AC = \angle O_1CA = 90^\circ - \alpha, \text{ moreover } \angle O_1CM = 90^\circ, \text{ m.e. } O_1O_2 \perp MC$$

Hängem S₂ Abs

Космические призматические

ABCD мақалы үшін $AC = A_1C_1 = b, b$ және $BC = B_1C_1 = a, a$



тогда $\triangle ABC = \triangle A_1 B_1 C_1$ по двум катетам
соответственно $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A_1 B_1 C_1} = \frac{1}{2}$.

- $\angle A_1 B_1 C_1 \cong \angle C_1 A_1 B_1 = d$

Рисунки $A, B, \text{ и } D, = Q$ на рис. 9. $A_0 = O_0 = O_1 = O_2$

т.е. $\angle A, O, C$, $\text{прот. } \angle A, C, O = 90^\circ$, $\angle C, O, B = 90^\circ$ как внешние

ges $\triangle A, C, D$: wegen $\sin \angle(A, B; DC) = \sin \alpha$

maka $S_{amp} = \frac{A_1 B_1^2 \cdot \sin 2\alpha}{2} = \frac{AB^2 \cdot \sin 2\alpha}{2}$, maka

$$S_{ABC} = \frac{AB^2 \sin 2\alpha}{1}$$

Fluorgerm $S_{\Delta b, MO_2}$; $S_{\Delta O, MO_2} = \frac{1}{2} O_1 O_2 \cdot MC_{mk} \cdot MC_{\perp QO_2}$

$$\therefore S_{\Delta QMC} = \frac{1}{2}(r+R) \cdot MC = \frac{1}{2}(r+R) \cdot \frac{1}{2}AB = \frac{1}{4}(r+R) \cdot AB$$

knüttgen

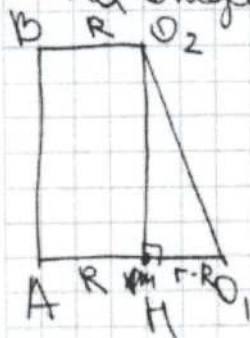
~~S. D. M. O. Z.~~

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta O_1MO_2}}$$

сир. 4 чз 6

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta O_1MO_2}} = \frac{AB^2 \cdot \sin 2\alpha}{4} : \frac{1}{4} AB \cdot (r+R) = \frac{AB \cdot \sin 2\alpha}{r+R} \cdot \text{weniger einheiten } \frac{AB}{r+R}$$

Рассеим Al_2O_3 на атомарный кислород



Отметим $O_2H \perp AD$, тогда $AH = R_9$

$$\begin{aligned} \text{MO}_1 &= \text{R} \sin r - R \quad \text{u} \quad \text{AOB} = \text{O}_2 \text{H} \sin \angle \text{HO}_2 = \\ &= \frac{\text{MO}_2}{\text{O}_2 \text{O}_1} = \frac{\text{AB}}{r+R} \quad ; \quad \angle \text{AO}_1 \text{O}_2 = 180^\circ - (90^\circ - d + 90^\circ - d) = \end{aligned}$$

$$= 2d \sin \frac{\phi}{2} \Delta AQC \rightarrow \frac{AB}{r+k} = \sin \frac{\phi}{2}$$

maka $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta O_1MO_2}} = \sin^2 2\alpha$

Bomben: $\sin^2 2\alpha$

~ 11.3

По нер-ву треугольника $a+b>c$

maka $a+b > a x^4 + b x^4 \Rightarrow a(x^4-1) + b(x-1) < 0$ (1)

~~Даны~~ $x > 0$ м.к., $a, b, c - \text{const}$, но $\omega_{\text{вращ}} = \frac{g}{b} = m$

пусть $ax_1^4 + bx_1 = c$

$$x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$x_1^4 \cdot m + x_1 = \frac{c}{b}, \text{ очевидно, что при}$$

$x_1 > 0$ уравнение имеет только 1 решение

m.u. $f(x) = x^4 + 11 + x$ for $m > 0 \rightarrow$ per $x > 0$

$(F'(x) = 4x^3 m + 1)$ максимизир-ва (1) заменим, что

при $x > 0$ если $x > 1$, то левая часть $> 0 \Rightarrow$
 $0 < x < 1$ то левая часть имеет 1

монотонное решение, но модуль
меньше 1

т. минимум $F(x)$ при $F'(x)=0$, т.е. $x_{\min} = \sqrt[3]{\frac{-1}{4m}}$

т. только 1 т. экстремума) и $x_{\min} < 0$,
значит т.к. $\frac{a}{b}$ очевидно больше 0, но
при $x < 0$ макс. может быть не
больше 1 решения.

~~$x_1^4 + bx_1 = \frac{c}{a}$ если $|x_1| < 1$~~

~~$x_1(x^3 + bx + x) = \frac{c}{a}$~~

Пусть x_1 и x_2 - корни ур-ния
 $x_1 > 0, x_2 < 0$, тогда

$$ax_1^4 + bx_1 = ax_2^4 + bx_2$$

$$a(x_1^4 - x_2^4) + b(x_1 - x_2) = 0$$

$$a(x_1 - x_2)(x_1^3 + x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_2^3) + b(x_1 - x_2) = 0$$

и то дальше

